IPERBOLE

Esercizi

Esercizio 486.15

Rappresenta graficamente la seguente curva: $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=-1$.

<u>Soluzione</u>

L'equazione data è l'equazione di una iperbole a centro con i fuochi sull'asse y.

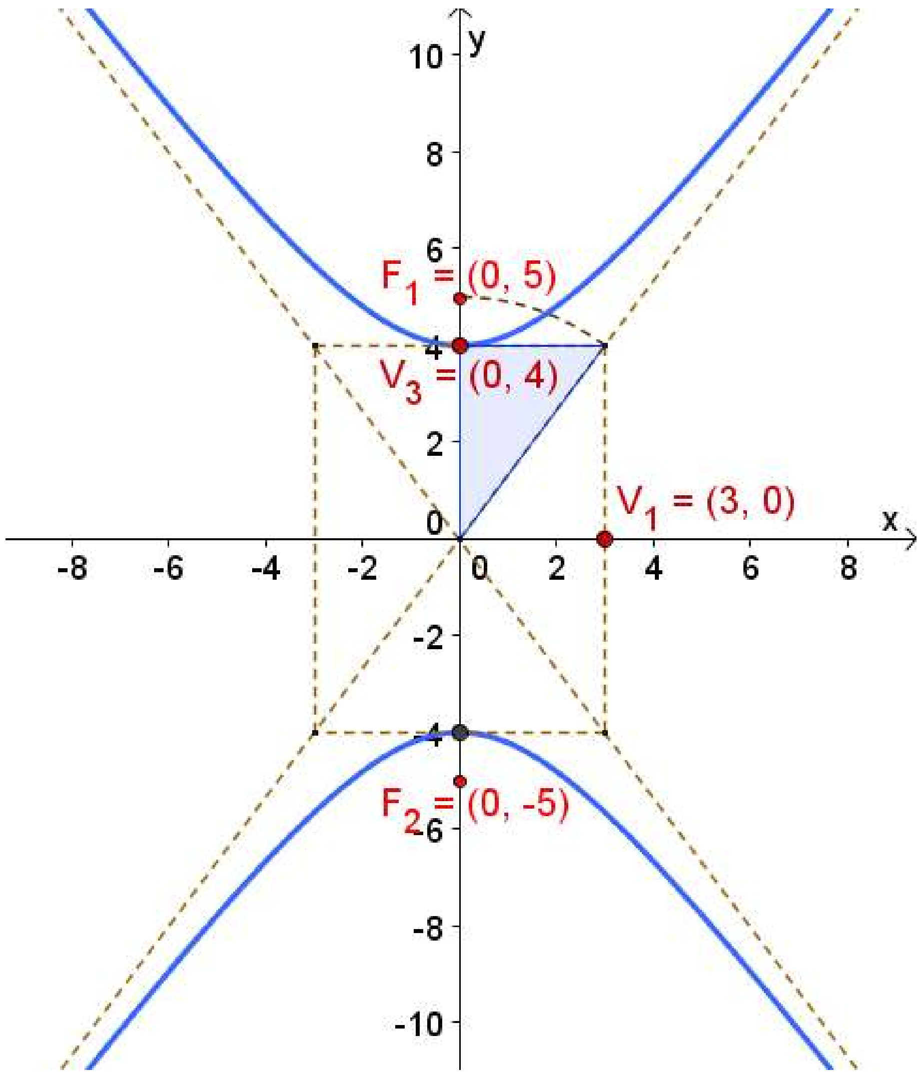
$a^2=9$ $\quad a=3 \quad V_1(3\,;0) \quad V_2(-3\,;0)$ $\quad c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$ $\quad F_1(0\,;+5)$

$b^2=16 \quad b=4 \quad V_3(0\,;4) \quad V_4(0\,;-4)$ $\quad F_2(0\,;-5)$

Gli asintoti hanno equazione $\quad y=+\frac{4}{3}x \quad \wedge \quad y=-\frac{4}{3}x$

L'eccentricità vale $\quad e=\frac{distanza\ focale}{asse\ \ trasverso}=\frac{2c}{2b}=\frac{5}{4}$.

Il grafico è di seguito rappresentato :



Esercizio 486.20

Rappresenta graficamente la seguente curva: $9x^2 = y^2 - 81$

<u>Soluzione</u>

Trasformiamo l'equazione nella sua forma canonica:

$9x^2 = y^2 - 81$; $\qquad \dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{81} = -1$.

L'equazione data è l'equazione di una iperbole a centro con i fuochi sull'asse y.

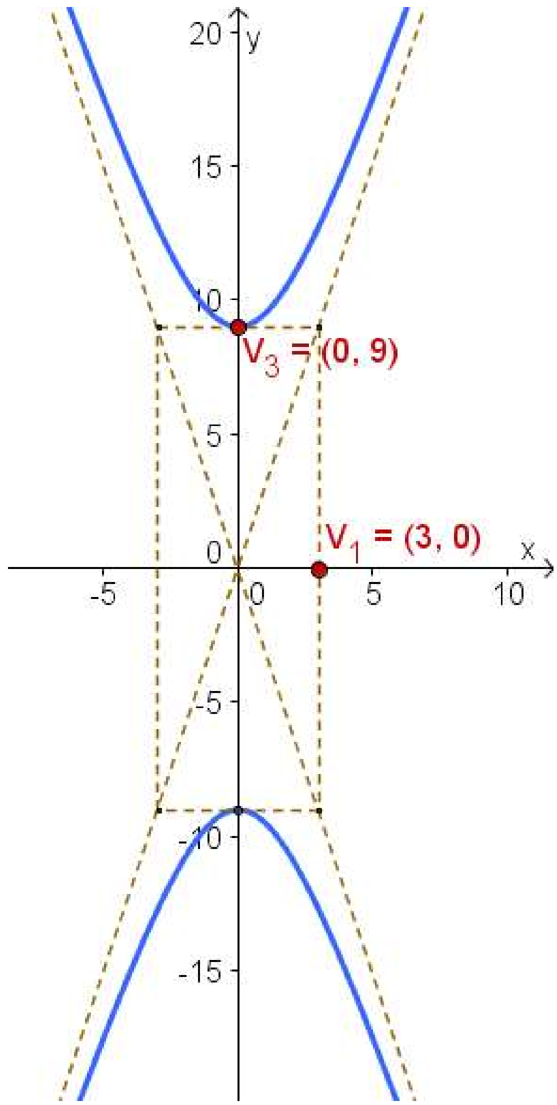
$a^2 = 9 \qquad a = 3 \qquad V_1(3\,;0) \quad V_2(-3\,;0) \qquad c = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{3^2+9^2} = 3\sqrt{10} \qquad F_1(0\,;+3\sqrt{10})$

$b^2 = 81 \qquad b = 9 \qquad V_3(0\,;9) \quad V_4(0\,;-9) \qquad F_2(0\,;-3\sqrt{10})$

Gli asintoti hanno equazione $\quad y = +\dfrac{9}{3}x \quad \wedge \quad y = -\dfrac{9}{3}x \quad$ *cioè* $\quad y = +3x \quad \wedge \quad y = -3x$

L'eccentricità vale $\quad e = \dfrac{distanza\ focale}{asse\ \ trasverso} = \dfrac{2c}{2b} = \dfrac{3\sqrt{10}}{9} = \dfrac{\sqrt{10}}{3}$.

Il grafico è di seguito rappresentato :



Esercizio 486.25

Rappresenta graficamente la seguente curva: $y^2 = 9x^2 + 36$

<u>Soluzione</u>

Trasformiamo l'equazione nella sua forma canonica:

$y^2 = 9x^2 + 36$; $\qquad 9x^2 - y^2 = -36 \qquad \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{36} = -1$.

L'equazione data è l'equazione di una iperbole a centro con i fuochi sull'asse y.

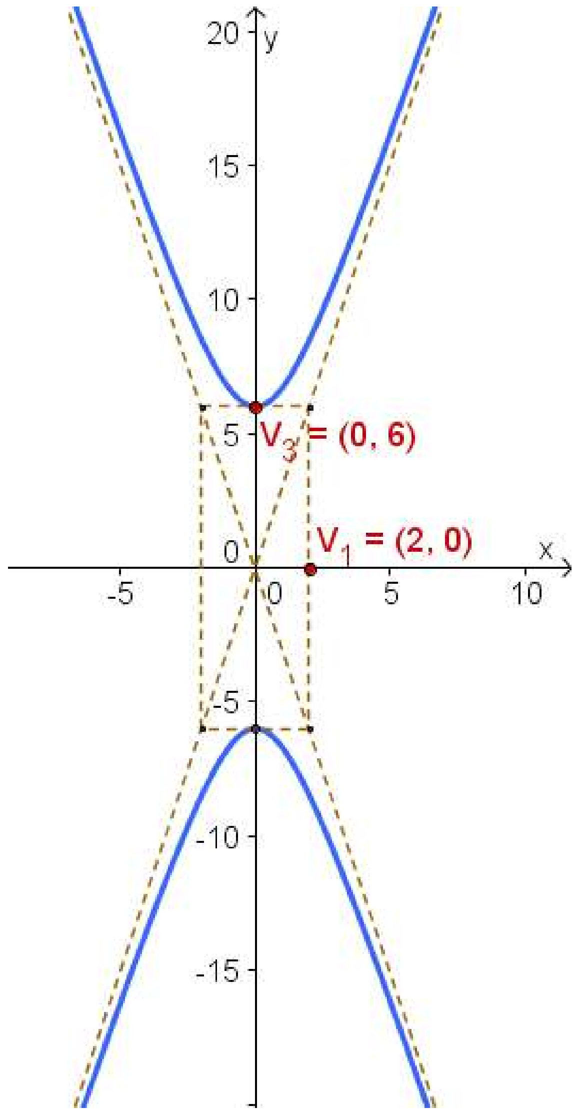
$a^2 = 4 \qquad a = 2 \qquad V_1(2\,;0) \quad V_2(-2\,;0) \qquad c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10} \qquad F_1(0\,;+2\sqrt{10})$

$b^2 = 36 \qquad b = 6 \qquad V_3(0\,;6) \quad V_4(0\,;-6) \qquad F_2(0\,;-2\sqrt{10})$

Gli asintoti hanno equazione $\quad y = +\frac{6}{2}x \quad \wedge \quad y = -\frac{6}{2}x \quad$ *cioè* $\quad y = +3x \quad \wedge \quad y = -3x$

L'eccentricità vale $\quad e = \frac{distanza\ focale}{asse\ \ trasverso} = \frac{2c}{2b} = \frac{2\sqrt{10}}{6} = \frac{\sqrt{10}}{3}$.

Il grafico è di seguito rappresentato :



Esercizio 486.30

Rappresenta graficamente la seguente curva: $y^2 = 4x^2 - 1$

<u>Soluzione</u>

Trasformiamo l'equazione nella sua forma canonica:

$$y^2 = 4x^2 - 1 \ ; \qquad 4x^2 - y^2 = 1 \qquad \frac{x^2}{\frac{1}{4}} - \frac{y^2}{1} = 1 \ .$$

L'equazione data è l'equazione di una iperbole a centro con i fuochi sull'asse x.

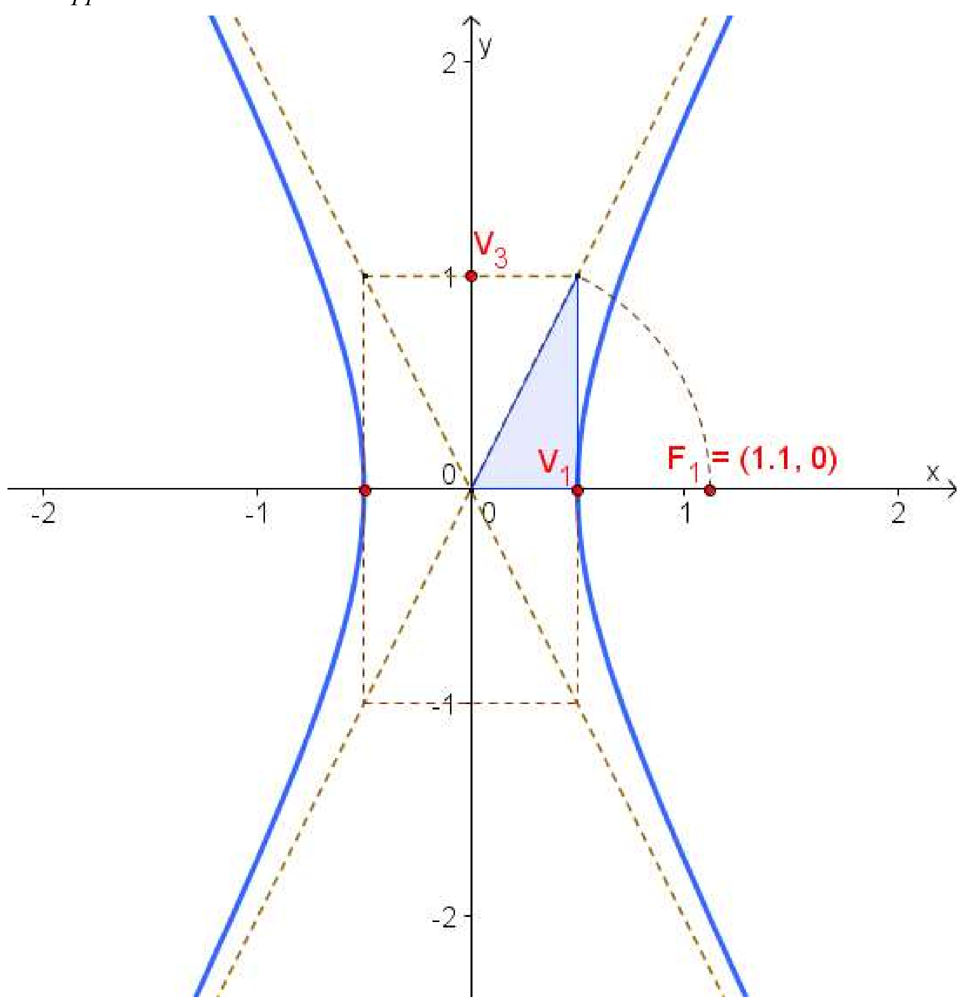
$$a^2 = \frac{1}{4} \qquad a = \frac{1}{2} \qquad V_1\left(\frac{1}{2}\ ;0\right) \quad V_2\left(-\frac{1}{2}\ ;0\right) \qquad c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \qquad F_1\left(+\frac{\sqrt{5}}{2}\ ;0\right)$$

$$b^2 = 1 \qquad b = 1 \qquad V_3(0\ ;1) \quad V_4(0\ ;-1) \qquad F_2\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\ ;0\right)$$

Gli asintoti hanno equazione $\quad y = +\frac{1}{\frac{1}{2}}x \quad \wedge \quad y = -\frac{1}{\frac{1}{2}}x \qquad cioè \quad y = +2x \quad \wedge \quad y = -2x$

L'eccentricità vale $\quad e = \frac{distanza\ focale}{asse\ \ trasverso} = \frac{2c}{2a} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}\,.$

Il grafico è di seguito rappresentato :



Esercizio 486.31

Rappresenta graficamente la seguente curva: $9x^2 - 36y^2 = 576$

<u>Soluzione</u>

Trasformiamo l'equazione nella sua forma canonica:

$9x^2 - 36y^2 = 576$; $\qquad \dfrac{x^2}{64} - \dfrac{y^2}{16} = 1$.

L'equazione data è l'equazione di una iperbole a centro con i fuochi sull'asse x.

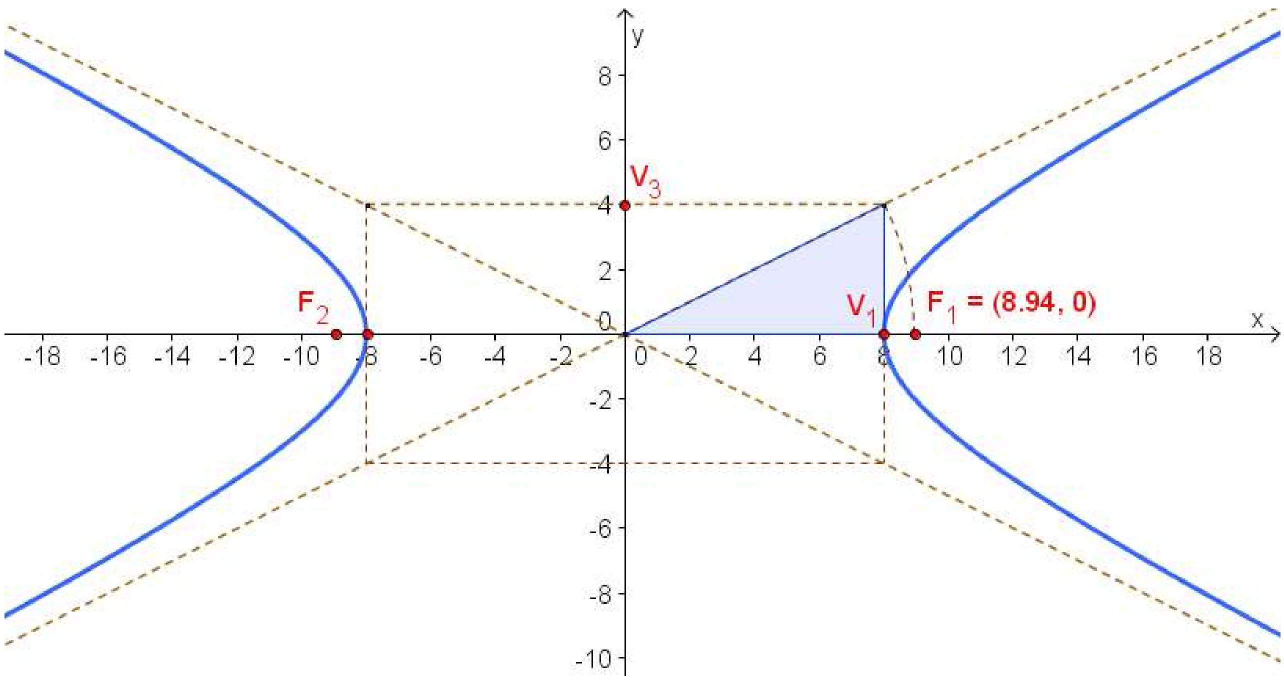
$a^2 = 64 \qquad a = 8 \qquad V_1(8\,;0) \quad V_2(-8\,;0) \qquad c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5} \qquad F_1(+4\sqrt{5}\,;0)$

$b^2 = 16 \qquad b = 4 \qquad V_3(0\,;4) \quad V_4(0\,;-4) \qquad F_2(-4\sqrt{5}\,;0)$

Gli asintoti hanno equazione $\qquad y = +\dfrac{4}{8}x \quad \wedge \quad y = -\dfrac{4}{8}x \qquad cioè \quad y = +\dfrac{1}{2}x \quad \wedge \quad y = -\dfrac{1}{2}x$

L'eccentricità vale $\qquad e = \dfrac{distanza\ focale}{asse\ \ trasverso} = \dfrac{2c}{2a} = \dfrac{4\sqrt{5}}{8} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Il grafico è di seguito rappresentato :



Esercizio 486.32

Rappresenta graficamente la seguente curva: $16x^2 = y^2 + 25$

<u>Soluzione</u>

Trasformiamo l'equazione nella sua forma canonica:

$16x^2 = y^2 + 25$; $16x^2 - y^2 = 25$ $\frac{x^2}{\frac{25}{16}} - \frac{y^2}{25} = 1$.

L'equazione data è l'equazione di una iperbole a centro con i fuochi sull'asse x.

$a^2 = \frac{25}{16}$ $a = \frac{5}{4}$ $V_1\left(\frac{5}{4}\,;0\right)$ $V_2\left(-\frac{5}{4}\,;0\right)$ $c = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2 + 5^2} = \frac{5\sqrt{17}}{4}$ $F_1\left(+\frac{5\sqrt{5}}{2}\,;0\right)$

$b^2 = 25$ $b = 5$ $V_3(0\,;5)$ $V_4(0\,;-5)$ $F_2\left(-\frac{5\sqrt{5}}{2}\,;0\right)$

Gli asintoti hanno equazione $y = +\frac{5}{\frac{5}{4}}x \quad \wedge \quad y = -\frac{5}{\frac{5}{4}}x$ *cioè* $y = +4x \quad \wedge \quad y = -4x$

L'eccentricità vale $e = \frac{distanza\ focale}{asse\ \ trasverso} = \frac{2c}{2a} = \frac{\frac{5\sqrt{5}}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{5\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{4}{5} = \ 2\sqrt{5}\,.$

Il grafico è di seguito rappresentato :