

Grafico dell'iperbole traslata

Tracciare il grafico della curva: $15x^2 - y^2 - 28x + 2y + 11 = 0$.

Soluzione

L'equazione è del tipo: $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$. Pertanto è l'equazione di una conica.

Essendo: $b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-1) = 60 > 0$, si tratta di una iperbole.

Per disegnarla occorre trasformare l'equazione dell'iperbole: $15x^2 - y^2 - 28x + 2y + 11 = 0$, tramite un'opportuna

traslazione, nella sua forma canonica: $\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = 1$.

Per far ciò è necessario estrapolare, dai termini in x e in y dell'equazione, due quadrati di binomio.

Considerando i due termini in x si ha:

$$15x^2 - 28x = 15 \cdot \left(x^2 - \frac{28}{15}x\right) = 15 \cdot \left(x^2 - 2 \cdot \frac{14}{15}x + \frac{196}{225} - \frac{196}{225}\right) = 15 \cdot \left[\left(x - \frac{14}{15}\right)^2 - \frac{196}{225}\right] = 15 \cdot \left(x - \frac{14}{15}\right)^2 - \frac{196}{15}$$

Considerando i due termini in y si ha:

$$-y^2 + 2y = -(y^2 - 2y) = -(y^2 - 2y + 1 - 1) = -\left[(y - 1)^2 - 1\right] = -(y - 1)^2 + 1$$

Pertanto l'equazione della curva si trasforma in: $15 \cdot \left(x - \frac{14}{15}\right)^2 - \frac{196}{15} - (y - 1)^2 + 1 + 11 = 0$.

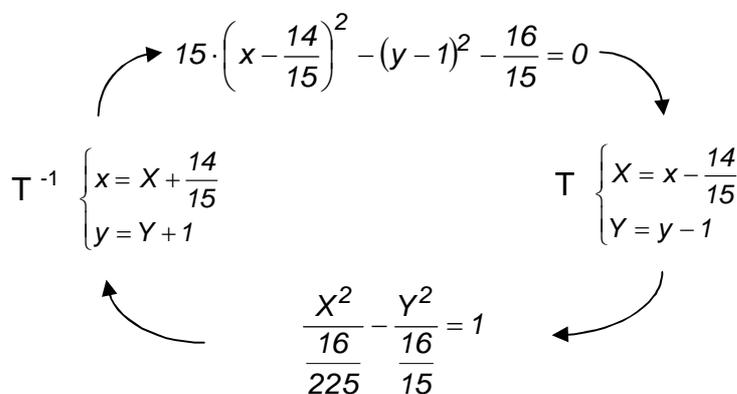
Cioè: $15 \cdot \left(x - \frac{14}{15}\right)^2 - (y - 1)^2 - \frac{16}{15} = 0$

Applicando la trasformazione $T: \begin{cases} X = x - \frac{14}{15} \\ Y = y - 1 \end{cases}$

si ottiene: $15X^2 - Y^2 = \frac{16}{15}$;

$$\frac{225}{16}X^2 - \frac{15}{16}Y^2 = 1;$$

$$\frac{X^2}{\frac{16}{225}} - \frac{Y^2}{\frac{16}{15}} = 1$$



I cui asintoti, nel nuovo sistema di riferimento $O'XY$, sono: $Y = \pm \sqrt{\frac{16}{15}} \cdot \sqrt{\frac{225}{16}}X$; $Y = \pm \sqrt{15} X$

Mentre, nel vecchio sistema di riferimento Oxy , hanno equazione:

$$\begin{cases} y - 1 = +\sqrt{15} \cdot \left(x - \frac{14}{15}\right) \\ y - 1 = -\sqrt{15} \cdot \left(x - \frac{14}{15}\right) \end{cases} \quad \begin{cases} y = +\sqrt{15}x - \frac{14}{15}\sqrt{15} + 1 \\ y = -\sqrt{15}x + \frac{14}{15}\sqrt{15} + 1 \end{cases} \quad \text{approssimando:} \quad \begin{cases} y = +3,87x + 2,61 \\ y = -3,87x + 4,61 \end{cases}$$

Mentre gli assi hanno equazione: $x = \frac{14}{15}$ e $y = 1$.

In definitiva si ottiene il seguente grafico:

