Tracciare il grafico della curva: $15x^2 - y^2 - 28x + 2y + 11 = 0$.

<u>Soluzione</u>

L'equazione è del tipo: $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$. Pertanto è l'equazione di una conica.

Essendo: $b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-1) = 60 > 0$, si tratta di una iperbole.

Per disegnarla occorre trasformare l'equazione dell'iperbole: $15x^2 - y^2 - 28x + 2y + 11 = 0$ *, tramite un'opportuna traslazione, nella sua forma canonica:* $\dfrac{X^2}{a^2} - \dfrac{Y^2}{b^2} = 1$.

Per far ciò è necessario estrapolare, dai termini in x e in y dell'equazione, due quadrati di binomio.
Considerando i due termini in x si ha:

$$15x^2 - 28x = 15 \cdot \left(x^2 - \frac{28}{15} x \right) = 15 \cdot \left(x^2 - 2 \cdot \frac{14}{15} x + \frac{196}{225} - \frac{196}{225} \right) = 15 \cdot \left[\left(x - \frac{14}{15} \right)^2 - \frac{196}{225} \right] = 15 \cdot \left(x - \frac{14}{15} \right)^2 - \frac{196}{15}$$

Considerando i due termini in y si ha:

$$-y^2 + 2y = -\left(y^2 - 2y\right) = -\left(y^2 - 2y + 1 - 1\right) = -\left[(y-1)^2 \;\; -1 \right] = -(y-1)^2 + 1$$

Pertanto l'equazione della curva si trasforma in: $15 \cdot \left(x - \dfrac{14}{15} \right)^2 - \dfrac{196}{15} - (y-1)^2 + 1 + 11 = 0$.

Cioè: $15 \cdot \left(x - \dfrac{14}{15} \right)^2 - (y-1)^2 - \dfrac{16}{15} = 0$

Applicando la trasformazione $T: \begin{cases} X = x - \dfrac{14}{15} \\ Y = y - 1 \end{cases}$

si ottiene: $15X^2 - Y^2 = \dfrac{16}{15}$;

$\dfrac{225}{16} X^2 - \dfrac{15}{16} Y^2 = 1$;

$\dfrac{X^2}{\frac{16}{225}} - \dfrac{Y^2}{\frac{16}{15}} = 1$

$$15 \cdot \left(x - \frac{14}{15} \right)^2 - (y-1)^2 - \frac{16}{15} = 0$$

$$T^{-1} \begin{cases} x = X + \dfrac{14}{15} \\ y = Y + 1 \end{cases} \qquad\qquad T \begin{cases} X = x - \dfrac{14}{15} \\ Y = y - 1 \end{cases}$$

$$\frac{X^2}{\frac{16}{225}} - \frac{Y^2}{\frac{16}{15}} = 1$$

I cui asintoti, nel nuovo sistema di riferimento $O^I XY$ *, sono:* $Y = \pm \sqrt{\dfrac{16}{15}} \cdot \sqrt{\dfrac{225}{16}} X$; $\quad Y = \pm \sqrt{15}\, X$

Mentre, nel vecchio sistema di riferimento Oxy , hanno equazione:

$$\left\langle \begin{array}{l} y - 1 = +\sqrt{15} \cdot \left(x - \frac{14}{15} \right) \\ y - 1 = -\sqrt{15} \cdot \left(x - \frac{14}{15} \right) \end{array} \right. \qquad \left\langle \begin{array}{l} y = +\sqrt{15}\, x - \frac{14}{15}\sqrt{15} + 1 \\ y = -\sqrt{15}\, x + \frac{14}{15}\sqrt{15} + 1 \end{array} \right. \qquad \text{approssimando:} \quad \left\langle \begin{array}{l} y = +3{,}87\, x + 2{,}61 \\ y = -3{,}87\, x + 4{,}61 \end{array} \right.$$

Mentre gli assi hanno equazione: $x = \dfrac{14}{15}$ *e* $y = 1$.

In definitiva si ottiene il seguente grafico: