Esercizio 3

Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera traslata $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ avente per asintoti le rette $x = 2$ e $y = 0$ e passante per il punto $A(0;-2)$. Determinare, in seguito i punti P della curva tali che la congiungente P con l'origine degli assi formi un angolo di $\dfrac{\pi}{4}$ con il semiasse positivo delle ascisse.

<u>Soluzione</u>

Mettendo a sistema i dati del problema si ha:

$$\begin{cases} -\dfrac{d}{c} = 2 \\ \dfrac{a}{2} = 0 \\ \dfrac{b}{d} = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} d = -2c \\ a = 0 \\ b = -2d \end{cases} \quad \begin{cases} d = -2c \\ a = 0 \\ b = -2 \cdot (-2c) = 4c \end{cases} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{4c}{cx-2c} \quad \textit{dividendo per } c \neq 0 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{4}{x-2}$$

Per determinare i punti P *occorre risolvere il sistema:* $\begin{cases} y = \dfrac{4}{x-2} \\ y = x \end{cases}$

$$\begin{cases} x = \dfrac{4}{x-2} \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 2x - 4 = 0 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} x_{1,2} = 1 \mp \sqrt{1+4} \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} x_{1,2} = 1 \mp \sqrt{5} \\ - \end{cases} \quad \left\langle \begin{array}{l} \begin{cases} x_1 = 1 - \sqrt{5} \\ y_1 = 1 - \sqrt{5} \end{cases} \\ \\ \begin{cases} x_2 = 1 + \sqrt{5} \\ y_2 = 1 + \sqrt{5} \end{cases} \end{array} \right.$$