

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

Sessione Ordinaria 2013

CORSO DI ORDINAMENTO

Questionario

Quesito 1

Un triangolo ha area 3 e due lati che misurano 2 e 3. Qual è la misura del terzo lato? Si giustifichi la risposta.

Soluzione

L'area di un triangolo è data da: $S = a \cdot b \cdot \sin \gamma$

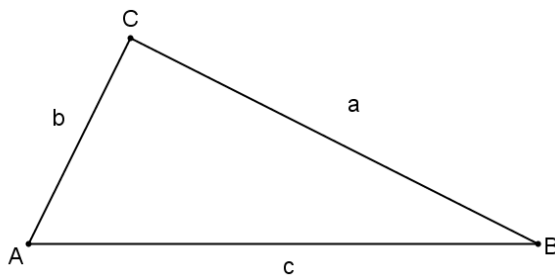
Sostituendo i dati del quesito si ha: $6 = 2 \cdot 3 \cdot \sin \hat{C}$.

Da cui si ottiene: $\sin \hat{C} = 1$; $\hat{C} = 90^\circ$.

Pertanto a e b sono i cateti di un triangolo rettangolo.

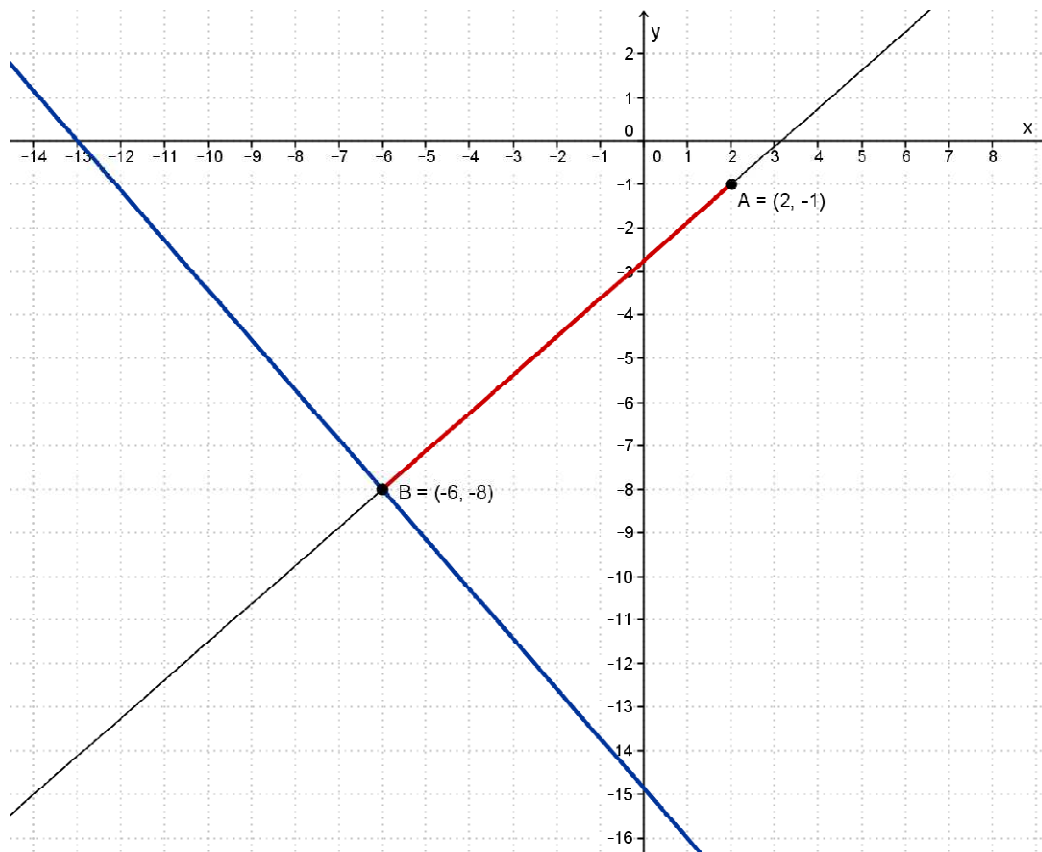
Pertanto la misura del terzo lato si può ricavare applicando il teorema di Pitagora.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}.$$



Quesito 3

Si considerino, nel piano cartesiano, i punti $A(2; -1)$ e $B(-6; -8)$. Si determini l'equazione della retta passante per B e avente distanza massima da A .



Soluzione

Fra le rette del fascio passanti per il punto B , quella avente distanza massima dal punto A è la retta passante per il punto B e perpendicolare alla retta AB .

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{7}{8}$$
$$\Rightarrow m_{\perp AB} = -\frac{8}{7}$$

L'equazione della retta cercata è pertanto:

$$y - y_B = m_{\perp AB}(x - x_B) ;$$

$$y + 8 = -\frac{8}{7}(x + 6) ;$$

$$7y + 56 = -8(x + 6) ;$$

$$8x + 7y + 104 = 0$$

Quesito 4

Di un tronco di piramide retta a base quadrata si conoscono l'altezza h e i lati a e b delle due basi. Si esprima il volume V del tronco in funzione di a , b e h , illustrando il ragionamento seguito.

Soluzione

Il volume del tronco di cono si può ricavare come differenza fra il volume della piramide $VABCD$ e della piramide $VEFGL$.

Poniamo: $\overline{AB} = a$, $\overline{EF} = b$ e $\overline{VH} = x$ con $0 < x < h$

Consideriamo i triangoli simili VHN e VKM si ha:

$$\overline{VH} : \overline{VK} = \overline{HN} : \overline{KM}; \quad x : (x + h) = \frac{b}{2} : \frac{a}{2}$$

$$\frac{a}{2} \cdot x = \frac{b}{2} \cdot (x + h); \quad ax = b(x + h);$$

$$ax - bx = bh; \quad (a - b)x = bh;$$

$$x = \frac{bh}{a - b} \quad \Rightarrow \quad \overline{VH} = \frac{bh}{a - b}.$$

$$\overline{VK} = \frac{bh}{a - b} + h = \frac{bh + ah - bh}{a - b} = \frac{ah}{a - b}$$

Il volume del tronco di cono è pertanto espresso dalla seguente formula:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{ah}{a - b} - \frac{1}{3}b^2 \cdot \frac{bh}{a - b} = \frac{1}{3} \frac{a^3h}{a - b} - \frac{1}{3} \frac{b^3h}{a - b} = \frac{1}{3}h \frac{a^3 - b^3}{a - b} = \\ &= \frac{1}{3}h \frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{a - b} = \frac{1}{3}(a^2 + ab + b^2) \cdot h. \end{aligned}$$

