

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Quesito 1

Siano dati un cono equilatero e la sfera in esso inscritta. Si scelga a caso un punto all'interno del cono. Si determini la probabilità che tale punto risulti esterno alla sfera.

Soluzione

Posto uguale a r il raggio della sfera, si ha: $CK = r$ $CH = r$.

Essendo il triangolo VCC' equilatero, si ha: $VC = 2r$.

Essendo il triangolo VCK rettangolo, si ha:

$$VK = \sqrt{(2r)^2 - r^2} = \sqrt{3}r.$$

Pertanto $VH = VC + CH = 3r$.

Mentre $VB = 2 \cdot VK = 2\sqrt{3}r$

Il raggio del cono risulta essere:

$$AH = \frac{VB}{2} = \sqrt{3}r.$$

La probabilità dell'evento richiesto vale:

$$P(E) = \frac{V_{\text{Cono}} - V_{\text{Sfera}}}{V_{\text{Cono}}} = \frac{\frac{1}{3}\pi(\sqrt{3}r)^2 \cdot 3r - \frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{1}{3}\pi(\sqrt{3}r)^2 \cdot 3r} = \frac{3\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi r^3}{3\pi r^3} = \frac{\frac{5}{3}\pi r^3}{3\pi r^3} = \frac{5}{9}.$$

