

CORSO DI ORDINAMENTO

Quesito 6

Se $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$, $\binom{n}{3}$ con $n > 3$ sono in progressione aritmetica, qual è il valore di n ?

Soluzione

Il fatto che: $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$, $\binom{n}{3}$ con $n > 3$ sono in progressione aritmetica, vuol dire che:

$$\binom{n}{2} - \binom{n}{1} = \binom{n}{3} - \binom{n}{2}; \quad \binom{n}{2} - \binom{n}{1} - \binom{n}{3} + \binom{n}{2} = 0; \quad 2 \cdot \binom{n}{2} - \binom{n}{1} - \binom{n}{3} = 0;$$

$$2 \cdot \frac{n \cdot (n-1)}{2 \cdot 1} - \frac{n}{1} - \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 0; \quad n \cdot (n-1) - n - \frac{n \cdot (n^2 - 3n + 2)}{6} = 0;$$

$$n^2 - n - n - \frac{n^3 - 3n^2 + 2n}{6} = 0; \quad 6n^2 - 6n - 6n - n^3 + 3n^2 - 2n = 0; \quad -n^3 + 9n^2 - 14n = 0;$$

$$n^3 - 9n^2 + 14n = 0; \quad n \cdot (n^2 - 9n + 14) = 0; \quad \begin{array}{lll} n = 0 & n_1 = 0 & \text{non acc.} \\ n^2 - 9n + 14 = 0 & n_{2,3} = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} & \begin{array}{l} n_2 = 2 \quad \text{non acc.} \\ n_3 = 7 \quad \text{accettabile} \end{array} \end{array}$$

Il valore di n richiesto è 7.