



MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO
ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

Sessione Ordinaria a.s. 2005/06
SECONDA PROVA SCRITTA

Tema di Matematica

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Siano λ e γ le curve d'equazioni rispettive $y = e^x$ e $y = e^{-x}$

1. Si disegnino λ e γ ; si indichi con P il loro punto comune e si indichino con A e B le loro intersezioni rispettive con una retta di equazione $y=k$ ($k>0$).
2. Se $k<1$, si determini il rettangolo di area massima che ha i vertici in A, B e nelle proiezioni di questi sull'asse x.
3. Se $k>1$, si determini k in modo che risulti uguale a 2 l'area racchiusa tra la retta e i due archi PA e PB.
4. si determini il volume del solido la cui base è la regione di area 2 prima determinata e tale che le sue sezioni ottenute con piani perpendicolari all'asse x siano tutte rettangoli la cui altezza è 3 volte la base.

PROBLEMA 2

Sia T il tetraedro regolare di lato 1,20m.

1. Si calcoli il volume, espresso come capacità in litri, di T.
1. Quanti piani paralleli alla base dividono T in due parti i cui volumi sono nel rapporto 2:3? Quali sono le distanze di tali piani dal vertice di T?
2. Come deve condursi un piano α parallelo alla base affinché il prisma le cui basi sono la sezione di T con α e la sua proiezione ortogonale sulla base di T, abbia volume massimo?

QUESTIONARIO

1. Un foglio di carta deve contenere 80 cm^2 di stampa con margini superiore e inferiore di 3cm e margini laterali di 2cm. Quali sono le dimensioni del foglio di carta di area minima che si può utilizzare?
2. L'equazione risolvente un dato problema è: $k \sin x - 3k + 1 = 0$ dove k è un parametro reale e x , per soddisfare le condizioni del problema, deve essere $30^\circ < x < 60^\circ$. Si discuta per quali valori di k le radici dell'equazione siano soluzioni del problema.
3. La funzione $f(x) = 10^{x+8}$ è invertibile? Perché? Quali sono le derivate di f e di f^{-1} ? In genere, come si calcola la derivata della funzione inversa?
4. Si consideri la funzione $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 1$ e la tangente t al suo grafico nel punto di ascissa $x=2$. Quale è la pendenza di t ?
5. In determinate condizioni, il numero di un certo tipo di batteri triplica ogni due giorni. Se la crescita è esponenziale, qual è l'aumento percentuale dopo 6 ore? E dopo 18 ore?
6. Disegnare il grafico di una funzione la cui pendenza sia sempre maggiore di 1.
7. Scrivere l'equazione della retta passante per l'origine e tangente al grafico della funzione e^x
8. Il dominio della funzione $f(x) = 3 \arctg x - \arctg \frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}$ è l'unione di tre intervalli. Si dimostri, calcolandone la derivata, che la funzione è costante in ciascuno di essi; indi si calcoli il valore di tale costante.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è ammesso lasciare l'aula degli esami prima che siano trascorse tre ore dalla dettatura del tema.