

Y557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

PIANO NAZIONALE DI INFORMATICA

CORSO SPERIMENTALE

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.

PROBLEMA 1

Due numeri x e y hanno somma e quoziente uguali ad un numero reale a non nullo. Riferito il piano ad un sistema S di coordinate cartesiane ortogonali e monometriche (x,y) :

1. si interpreti e discuta il problema graficamente al variare di a ;
2. si trovi l'equazione cartesiana del luogo γ dei punti $P(x,y)$ che soddisfano al problema;
3. si rappresentino in S sia la curva γ che la curva γ' simmetrica di γ rispetto alla bisettrice del I e del III quadrante;
4. si determini l'area della regione finita di piano del primo quadrante delimitata da γ e da γ' e se ne dia un'approssimazione applicando uno dei metodi numerici studiati;
5. si calcoli y nel caso che x sia uguale a 1 e si colga la particolarità del risultato.

PROBLEMA 2

I raggi $OA = OB = 1$ metro tagliano il cerchio di centro O in due settori circolari, ciascuno dei quali costituisce lo sviluppo della superficie laterale di un cono circolare retto.

Si chiede di determinare:

- 1) il settore circolare (arco, ampiezza e rapporto percentuale con il cerchio) al quale corrisponde il cono C di volume massimo, il valore V di tale volume massimo e il valore V' assunto in questo caso dal volume del secondo cono C' ;
- 2) la capacità complessiva, espressa in litri, di C e di C' ;
- 3) un'approssimazione della misura, in gradi sessagesimali, dell'angolo di apertura del cono C , specificando il metodo numerico che si utilizza per ottenerla.

QUESTIONARIO

1. Se a e b sono numeri positivi assegnati quale è la loro media aritmetica? Quale la media geometrica? Quale delle due è più grande? E perché? Come si generalizzano tali medie se i numeri assegnati sono n ?
2. Il seguente è uno dei celebri problemi del *Cavaliere di Méré (1610 - 1685)*, amico di *Blaise Pascal*: “giocando a dadi è più probabile ottenere almeno una volta 1 con 4 lanci di un solo dado, oppure almeno un doppio 1 con 24 lanci di due dadi?”

Y557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

PIANO NAZIONALE DI INFORMATICA

CORSO SPERIMENTALE

Tema di: MATEMATICA

3. Assumendo che i risultati - X, 1, 2 - delle 13 partite del Totocalcio siano equiprobabili, calcolare la probabilità che tutte le partite, eccetto una, terminino in parità.

4. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n!}$$

5. Cosa si intende per “funzione periodica”? Quale è il periodo di $f(x) = -\text{sen} \frac{\pi x}{3}$? Quale quello di $\text{sen} 2x$?

6. Utilizzando il teorema di Rolle, si verifichi che il polinomio $x^n + px + q$ ($p, q \in \mathfrak{R}$), se n è pari ha al più due radici reali, se n è dispari ha al più tre radici reali.

7. Data la funzione

$$f(x) = e^x - \text{sen} x - 3x$$

calcolarne i limiti per x tendente a $+\infty$ e $-\infty$ e provare che esiste un numero reale α con $0 < \alpha < 1$ in cui la funzione si annulla.

8. Verificare che la funzione $3x + \log x$ è strettamente crescente. Detta g la funzione inversa, calcolare $g'(3)$.

9. Trovare $f(4)$ sapendo che $\int_0^x f(t) dt = x \cos \pi x$

10. Spiegare, con esempi appropriati, la differenza tra *omotetia* e *similitudine* nel piano.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile e la consultazione del vocabolario di italiano. Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.