

**Y557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSO SPERIMENTALE

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

*Il candidato scelga a suo piacimento due dei seguenti problemi e li risolva:*

**PROBLEMA 1**

Sia  $f(x)$  una funzione reale di variabile reale tale che valgano le seguenti condizioni:

$$f(x_0) > 0, \quad f'(x_0) > 0, \quad f''(x_0) = 0, \quad \text{dove } x_0 \text{ è un particolare valore reale.}$$

- Spiegare perché tali condizioni non sono sufficienti a determinare l'andamento di  $f(x)$  in un intorno di  $x_0$ .
- Trovare almeno tre funzioni polinomiali  $f(x)$ , di grado superiore al 1°, aventi andamenti diversi in  $x_0 = 0$ , tali che:  $f(0) = 1$ ,  $f'(0) = 1$ ,  $f''(0) = 0$ .
- Determinare, se possibile, tutte le rette tangenti ai grafici delle funzioni trovate e parallele alla retta di equazione  $y = x + 1$ .
- A completamento del problema dimostrare la formula che esprime la derivata, rispetto ad  $x$ , della funzione  $x^n$ , dove  $n$  è un intero qualsiasi non nullo.

**PROBLEMA 2**

Nel piano, riferito ad un sistema monometrico di assi cartesiani ortogonali ( $Oxy$ ), sono assegnati i punti:  $A(0; 2)$ ,  $B(1; 1)$ ,  $C(1; 0)$ .

- Trovare l'equazione della circonferenza  $\gamma$  inscritta nel triangolo  $OAB$ .
- Determinare le equazioni dell'affinità  $\alpha$  che ha come punti uniti i punti  $O$  e  $C$  e trasforma il punto  $B$  nel punto  $A$ .
- Calcolare l'area del triangolo  $CAA'$ , dove  $A'$  è il punto trasformato di  $A$  nell'affinità  $\alpha$ .
- Stabilire se l'affinità  $\alpha$  ha altri punti uniti, oltre ad  $O$  e  $C$ , e trovare le sue rette unite.
- Stabilire quali, fra le rette unite trovate, risultano tangenti o esterne a  $\gamma$ .

**PROBLEMA 3**

Assegnata la funzione  $f(x) = a \log_e^2 x + b \log_e x$  il candidato:

- determini per quali valori di  $a$  e  $b$  la  $f(x)$  ha un minimo relativo nel punto  $\left(\sqrt{e}; -\frac{1}{4}\right)$ ;
- disegni la curva grafico della  $f(x)$  per i valori di  $a$  e di  $b$  così ottenuti e calcoli l'area della regione finita da essa delimitata con l'asse  $x$ .

Calcoli infine la probabilità che lanciando un dado cinque volte, esca per tre volte lo stesso numero.

---

Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.