

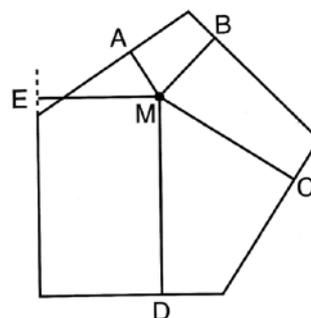
Gara a squadre 2011

Martedì 5 aprile

1. Un pentagono

Il pentagono della figura, di area uguale a S , ha i suoi cinque lati uguali tra di loro e uguali a 1 cm.

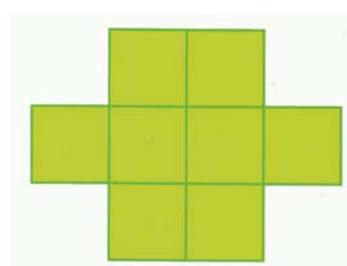
Calcolate (in funzione di S) il valore dell'espressione $MA+MB+MC+MD+ME$ che rappresenta la somma delle distanze del punto M dai cinque lati del pentagono (o dai loro prolungamenti)



2. Mai consecutivi

Collocate i numeri naturali da 1 a 8 nelle caselle della figura in modo che due numeri consecutivi non siano mai posti in caselle che hanno un lato o un vertice in comune.

Quante sono le possibili soluzioni?



3. È il loro gioco!

Carla e Milena si divertono con venticinque gettoni disposti sul tavolo. Il gioco consiste nel togliere, ad ogni mossa, 1 oppure 4 oppure 7 oppure 8 gettoni (mentre è vietato eliminare dal tavolo un qualsiasi altro numero di gettoni). Vince chi toglie l'ultimo o gli ultimi gettoni presenti sul tavolo.

Comincia Carla. **Quanti gettoni deve togliere con la sua prima mossa per essere sicura di vincere, qualunque sia poi la strategia adottata da Milena? (Rispondete 0 se pensate che, per qualunque mossa iniziale di Carla, Milena abbia la possibilità di vincere la partita).**

4. Allo specchio

$$\begin{array}{r} ABC + \\ DE + \\ FG = \end{array} \qquad \begin{array}{r} CBA + \\ ED + \\ GF = \end{array}$$

HIJ

JIH

Sostituite le cifre da 0 a 9 al posto delle lettere (a lettere diverse vanno sostituite cifre diverse e a lettere uguali la stessa cifra) in modo tale che siano verificate entrambe le somme. Quella di destra si ottiene dalla prima leggendone i numeri da destra a sinistra. Qualche numero può cominciare per 0 ma A è diverso da 0. Infine, per quanto riguarda i numeri con due cifre, DE è maggiore di ED che è maggiore di GF il quale, a sua volta, è maggiore di FG .

5. Il codice segreto

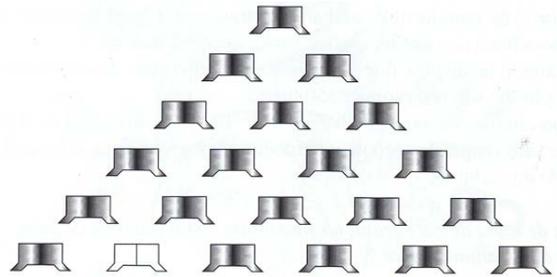
L'agente segreto Nando, per mettersi in contatto con la sua base operativa, deve prima fornire un codice segreto che ottiene con il quadrato di un numero naturale N (scelto tra 1 e 30) moltiplicato per il cubo del complementare di N a 30. (Per esempio, per $N=5$, Nando fornirà il numero $5^2 \cdot 25^3 = 390.625$).

Qual è il massimo codice segreto che Nando può fornire?

6. La fontana

La fontana della figura è costruita su sei livelli. Ad ogni livello, ciascuna vasca versa metà della sua acqua in ciascuna delle due vasche situate sotto di lei.

Quanti litri d'acqua sono stati versati inizialmente nell'unica vasca del primo livello (quello superiore) sapendo che la vasca bianca (la seconda da sinistra del livello inferiore) ha raccolto un litro d'acqua.



7. Un classico: le patate dei viaggiatori

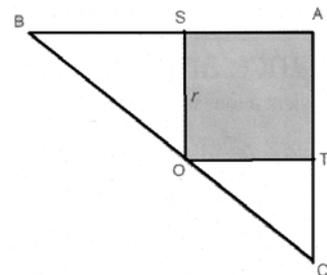
Tre viaggiatori, sfiniti, arrivano finalmente in un posto di ristoro e chiedono un piatto di patate. Quando l'oste gliele porta, li trova però addormentati. Lascia allora il piatto sul tavolo. Uno dei tre viaggiatori si sveglia e mangia un terzo delle patate; poi si riaddormenta. A questo punto si sveglia un secondo viaggiatore, mangia un terzo delle patate che rimangono nel piatto e poi anche lui si riaddormenta. Poco dopo si sveglia il terzo viaggiatore che, ignorando che i suoi compagni d'avventura si sono già serviti, mangia anche lui un terzo delle patate che sono rimaste nel piatto. Quando l'oste viene a ritirare il piatto, trova che contiene ancora 8 patate.

Quante patate aveva portato inizialmente?

8. Area minima

Considerate tutti i triangoli rettangoli i cui cateti prolungano i lati del quadrato ASOT e in cui l'ipotenusa passa per O.

Sapendo che $r=1\text{ cm}$, **qual è il valore minimo dell'area di questi triangoli?**



9. Quando i parallelepipedi diventano cubi

Aumentando di 3 cm la più piccola dimensione di un parallelepipedo rettangolo e diminuendone di 5 cm la maggiore, si ottiene un cubo con lo stesso volume del parallelepipedo iniziale.

Qual è la misura del lato del cubo?

10. La bisettrice

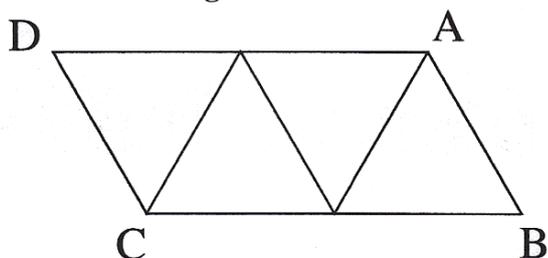
Qual è la lunghezza del segmento della bisettrice dell'angolo retto (dal vertice all'ipotenusa) di un triangolo rettangolo i cui lati misurano 3 cm, 4 cm, 5 cm?

11. Ma guarda che combinazione!

Con tre cifre, scelte tra quelle che vanno da 1 a 9 (comprese), si possono scrivere sei numeri di due cifre. Sommando questi sei numeri, si ottiene un numero composto dalle stesse tre cifre iniziali.

Quanto vale al massimo questa somma?

12. Una diagonale



Guardate la figura, composta da quattro triangoli equilateri che hanno il lato di 1 m.

Calcolate la lunghezza della diagonale AC

13. Fa il misterioso

Interrogato sul suo codice postale, Desiderio si mostra molto restio a comunicarlo e si limita a fornire alcune informazioni. Dice che è costituito da 5 cifre, che la somma della prima e della seconda è uguale a 17, che la somma della seconda e della terza è uguale a 15, che la somma della terza e della quarta è ancora uguale a 15 e che la somma delle ultime due cifre è uguale a 9.

Infine, bontà sua, precisa che la somma della prima e dell'ultima cifra è uguale a 8.

Qual è il codice postale della città dove abita Desiderio?

14. Quest'estate tutti a Caldè

Debora parte dalla stazione di Milano Centrale alle 9.00. Il suo treno percorre 27 Km, fino a Gallarate, alla velocità media di 96 km/h. Poi si ferma 3 minuti. Poi, ancora, da Gallarate a Caldè (sul Lago Maggiore), il suo treno tiene la media di 96 km/h per i restanti 29 km.

A che ora Debora arriverà alla stazione di Caldè?

15. Divisori

Avete un numero naturale maggiore di 1. Il prodotto di tutti i suoi divisori (compreso 1 e il numero stesso) è uguale alla potenza quinta di questo numero.

Quanti divisori possiede questo numero?

16. Vicini vicini

In un banchetto, tutti i posti della tavola circolare sono occupati: 7 signore hanno un'altra signora alla loro destra; 12 signore hanno invece un uomo alla loro destra; a loro volta, esattamente il 75% degli uomini presenti ha una signora alla sua destra.

Quante sono complessivamente le persone sedute attorno al tavolo?

17. Le bisettrici s'incontrano

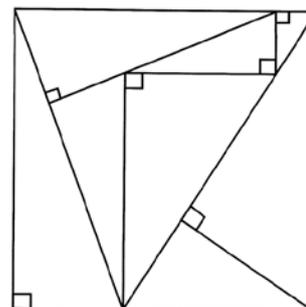
Considerate un rettangolo i cui lati misurano 10 cm e 15 cm. Le bisettrici dei suoi quattro angoli, intersecandosi, formano un quadrilatero.

Calcolate il rapporto tra l'area del quadrilatero e quella del rettangolo iniziale.

18. La partizione del quadrato

Dividete un quadrato in otto triangoli rettangoli, diversi ma simili tra di loro e in cui la lunghezza del cateto maggiore è uguale al doppio di quella del cateto minore. In figura (che pure non rispetta le proporzioni) vedete il risultato ottenuto. Ricordate che tutte le superfici dei triangoli (espresse in cm^2) sono dei numeri interi.

Quanto vale al minimo l'area del quadrato?



19. Quanto crescono!

La popolazione d'insetti che stiamo studiando ha avuto nel 2010 un ritmo di crescita impressionante. Al primo gennaio, contava 2010 unità. Al 2 gennaio il numero era salito a 4021 (il doppio +1). Al 3 gennaio, era di 12064 (il triplo del numero precedente + 1). Nel mese di gennaio la popolazione di insetti è cresciuta sempre in base alla stessa legge: il numero di unità del giorno precedente, moltiplicato per il numero del giorno e aumentato di 1.

Anche febbraio ha visto conservarsi la stessa legge (con un aumento però di 2). La popolazione del 1 febbraio era quella del 31 gennaio aumentata di 2; la popolazione del 2 febbraio era il doppio della precedente (quella del 1 febbraio) aumentata di 2 e così via.

La legge che descrive la crescita della popolazione di insetti rimane identica anche nei mesi successivi, con la differenza però che a marzo, ogni giorno, viene aumentata di 3 (e non di uno come a gennaio e neppure di 2 come a febbraio); ad aprile viene aumentata di 4; a maggio di 5 e così via fino a dicembre quando viene aumentata di 12.

La nostra popolazione di insetti, oltre a crescere così vorticosamente, ha un'altra caratteristica. Gli insetti hanno l'abitudine di volare in formazioni costituite da 13 unità; quando il loro numero non è un multiplo di 13, si dispongono in modo tale che il numero di insetti isolati (che non stanno in una formazione di 13 unità) sia il più piccolo possibile.

Quanti saranno stati allora questi insetti isolati la sera del 31 dicembre 2010?

20. Dividere per moltiplicare

Luca ha un modo davvero strano di fare i calcoli con le frazioni. È abituato a sostituire la linea di frazione con una virgola e, quando si tratta di moltiplicare, invece divide. Così ad esempio, per moltiplicare 12 per $\frac{6}{25}$, divide 12 per 6,25. Luca però è anche un calcolatore fortunato: oggi, procedendo come sopra nella moltiplicazione di un numero (diverso da 0) per una frazione irriducibile, ha incredibilmente ottenuto il risultato esatto.

Qual è la frazione per cui Luca ha moltiplicato il numero?