

Diciottesima  
Edizione  
Nazionale

## Finale italiana dei Campionati Internazionali di Giochi Matematici Sabato 14 maggio 2011

CATEGORIA C1 Problemi 1-2-3-4-5-6-7-8-9

CATEGORIA C2 Problemi 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10

CATEGORIA L1 Problemi 3-4-5-6-7-8-9-10-11-12

CATEGORIA L2 Problemi 5-6-7-8-9-10-11-12-13-14

CATEGORIA GP Problemi 5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16

### 1. Il gioco delle carte

In un mazzo di 52 carte, le carte sono nere o rosse e le carte nere sono tante quante le rosse.

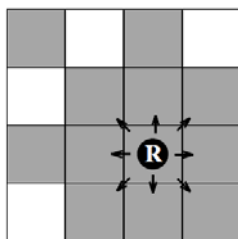


Le 52 carte sono state divise in due mazzetti di 26 carte e in quello sopra ci sono 18 carte nere.

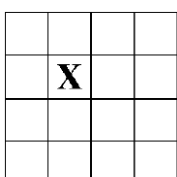
**Quante carte rosse ci sono nel mazzetto di sotto?**

### 2. Le quattro regine

Nel gioco degli scacchi, la regina si può spostare orizzontalmente o verticalmente o in diagonale di un qualunque numero di caselle (a condizione che non trovi nessun altro pezzo sul suo percorso). Così, la regina posta nella mini-scacchiera della figura di destra può spostarsi in tutte le caselle grigie.



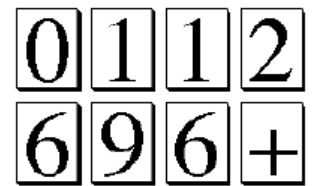
**Annerite quattro caselle della mini-scacchiera della figura di sotto dove collocate quattro regine in modo che nessuna di loro con una mossa possa spostarsi nella casella indicata con X.**



### 3. Gli otto gettoni

Utilizzando gli otto gettoni della figura, scrivete un'addizione (ne basta una) il cui risultato sia uguale a 2011.

Attenzione, però : un gettone con il "6", girandolo, può diventare un gettone con il "9" e viceversa; dovete usare tutti i gettoni e nessun numero può cominciare con 0.



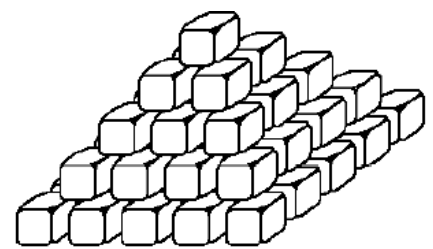
### 4. Una strana calcolatrice

La calcolatrice di Jacob possiede uno strano tasto . Quando lo si schiaccia, la calcolatrice fa apparire il più grande numero intero che non supera la metà del precedente numero. Ad esempio, se questo era 1000, fa comparire 500; se il numero iniziale era 313, schiacciando il tasto , compare 156. Adesso sulla calcolatrice figura il numero 2011.

**Quante volte Jacob deve schiacciare il tasto perché sullo schermo della calcolatrice compaia il numero 0 ?**

### 5. La piramide

Con 111 cubetti (uguali tra loro), Desiderio vuole realizzare una piramide a base quadrata dove ogni cubetto, a partire dal secondo livello dal basso, poggia su quattro cubetti del livello inferiore (come in figura).

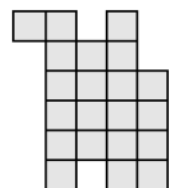


L'obiettivo di Desiderio è però di completare, con i 111 cubetti a sua disposizione, il maggior numero possibile di livelli.

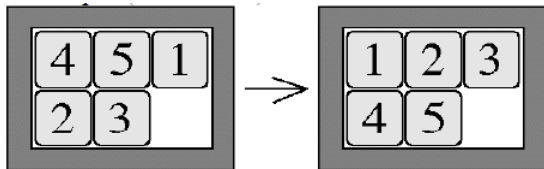
**Quanti cubetti rimarranno inutilizzati ?**

### 6. Dividete !

Dividete la figura in tre parti perfettamente sovrapponibili (per sovrapporre le parti della figura, è possibile che qualcuna di loro vada ruotata).



### 7. L'attrazione della casella vuota



In questo gioco si può spostare nella casella vuota un quadratino situato al suo fianco. Per esempio, nella situazione rappresentata nella figura di sinistra, si può spostare nella casella vuota il quadratino con il "3" o con il numero "1".

**In quante mosse, al minimo, si può passare dalla situazione della figura di sinistra a quella della figura di destra?** (Rispondete 0 se pensate che sia impossibile effettuare la trasformazione precedente).

### 8. I due numeri



Carla, Milena e un loro zio sono seduti attorno al tavolo su cui sono collocati i cinque numeri della figura. Lo zio ne sceglie mentalmente due, poi si avvicina a Carla e le dice nell'orecchio: "la somma dei due numeri che ho scelto è uguale a ...". Allo stesso modo, suggerisce in via riservata a Milena che "la differenza tra i due numeri scelti (il più grande meno il più piccolo) è uguale a ...".

A questo punto lo zio chiede a entrambe le ragazze: "sapreste dirmi quali sono i due numeri in questione?" Milena dice: "No: conoscendo solo la loro differenza, non posso saperlo!". Carla, invece: "non lo sapevo neanche io ma, tenuto conto di quello che ha detto Milena, adesso, lo so!"

**Quali erano i due numeri scelti dallo zio?**

### 9. Una somma naturale

Debora calcola la somma di alcuni numeri naturali (consecutivi) a partire da 1 :  $1+2+3+4+5+6+\dots$  e osserva che la somma ottenuta è un numero di tre cifre uguali tra loro.

**Quanti numeri aveva addizionato Debora?**

### 10. In un senso o nell'altro

Cinque città sono situate su una strada circolare e si possono raggiungere andando in un senso o nell'altro. In particolare, per andare da una città all'altra si percorre un numero di km dato da venti numeri interi diversi tra di loro.

Andando dalla prima alla seconda in senso orario, si percorrono 20 km. Andando dalla terza alla quarta, si percorrono 11 km in senso orario e 1 km in più nell'altro verso.

**Quanti km si fanno per andare in senso orario dalla quinta città alla prima ?**

### 11. AAAA

La somma dei quadrati di tre numeri dispari consecutivi è un numero di quattro cifre uguali tra loro.

**Qual è il più piccolo dei tre numeri dispari ?**

### 12. Il trapezio

Le due basi di un trapezio misurano, rispettivamente, 1515 cm e 2011 cm. Gli angoli adiacenti alla base maggiore sono complementari (la loro somma vale  $90^\circ$ ).

**Qual è la distanza tra i punti medi delle due basi?** (Eventualmente arrotondate la risposta al cm più vicino).

### 13. Sempre 2

**Scrivete in ordine crescente due numeri interi positivi , ciascuno di tre cifre, il cui prodotto è uguale a 222.222.**

### 14. La compatibilità

Due anni sono compatibili quando sono consecutivi e la somma delle cifre del primo divide il secondo. Ad esempio, 2011 e 2012 sono compatibili perché 4 (somma delle cifre di 2011) divide 2012. Anche 2015 e 2016 sono compatibili perché 8 divide 2016.

**Quali saranno due anni compatibili successivi?**

### 15. Un problema di mediane

Nel triangolo ABC, le mediane tracciate da B e da C sono perpendicolari. Si sa anche che  $AB^2 + AC^2 = 500$ .

**Calcolate in cm la distanza BC.**

### 16. L'età del professore

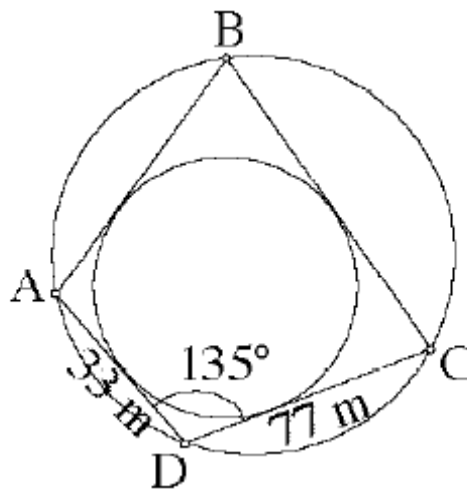
Oggi è il compleanno del professor Renato che non è ancora centenario.

Il professor Renato ha dei figli e dei nipoti e ai colleghi invitati alla festa per il suo compleanno ha precisato : " L'età dei miei figli e dei miei nipoti (tra i quali non ci sono dei gemelli) sono dei termini appartenenti alla successione di Fibonacci : 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21... (in cui, a partire dal terzo, ciascun termine è la somma dei due precedenti). Inoltre, la mia età è uguale alle somme delle età dei miei figli e dei miei nipoti".

Un collega, Nando, che conosceva l'età del professor Renato ma non quella dei membri della sua famiglia, interviene allora per dichiarare : " Allora tu ha almeno quattro nipoti!".

**Qual è l'età del professor Renato ?**

### 17. L'isola rotonda



Desiderio possiede un'isola perfettamente rotonda sulla quale ha collocato quattro barriere perfettamente rettilinee. L'estremità di queste barriere toccano il bordo dell'isola. Nell'isola c'è anche uno stagno, anch'esso perfettamente rotondo, tangente alle quattro barriere. La situazione è illustrata dalla figura che però non rispetta le dimensioni; sono comunque indicate le lunghezze di due barriere (33 m e 77 m) così come l'ampiezza dell'angolo da loro formato ( $135^\circ$ ).

**Qual è la lunghezza della barriera AB?**