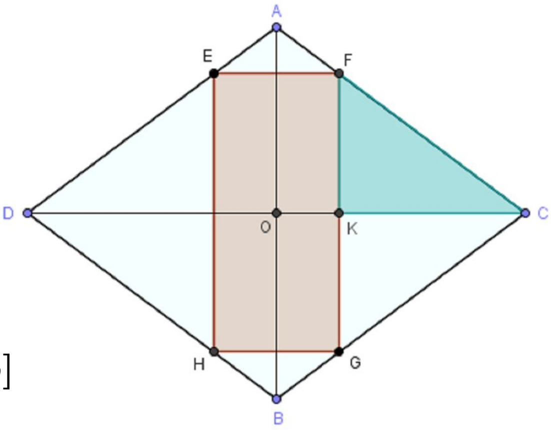
Inscrivere in un dato rombo il rettangolo di area massima.



Posto $\overline{CO} = p$, $\overline{AO} = q$, $\overline{OK} = x$ e $\overline{FK} = y$.

Dai triangoli simili $\overset{\Delta}{CFK}$ e $\overset{\Delta}{ACO}$ si ha: $\overline{CK} : \overline{CO} = \overline{FK} : \overline{AO}$;

$p - x : p = y : q$; $(p - x) \cdot q = py$; $pq - qx = py$; $y = q - \dfrac{q}{p} x$.

La funzione da rendere massima è:

$S(x) = x \cdot y = x \cdot \left(q - \dfrac{q}{p} x \right)$; $\boxed{S(x) = qx - \dfrac{q}{p} x^2}$ con $x \in [0, p]$

All'estremo $x = 0$ il rettangolo degenera nella diagonale AB

All'estremo $x = p$ il rettangolo degenera nella diagonale CD

Essendo $S(x)$ un'equazione di II° grado, essa rappresenta una parabola con la concavità rivolta verso il basso.

Il suo punto di massimo si trova nel vertice: $x_V = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{q}{2 \cdot \left(-\dfrac{q}{p} \right)} = \dfrac{q}{\dfrac{2q}{p}} = q \cdot \dfrac{p}{2q} = \dfrac{p}{2}$.

Mentre l'altezza del rettangolo vale: $\overline{FH} = y = q - \dfrac{q}{p} x = q - \dfrac{q}{p} \cdot \dfrac{p}{2} = q - \dfrac{q}{2} = \dfrac{q}{2}$.

Pertanto il rettangolo di area massima è quello le cui dimensioni sono uguali alle semidiagonali del rombo.