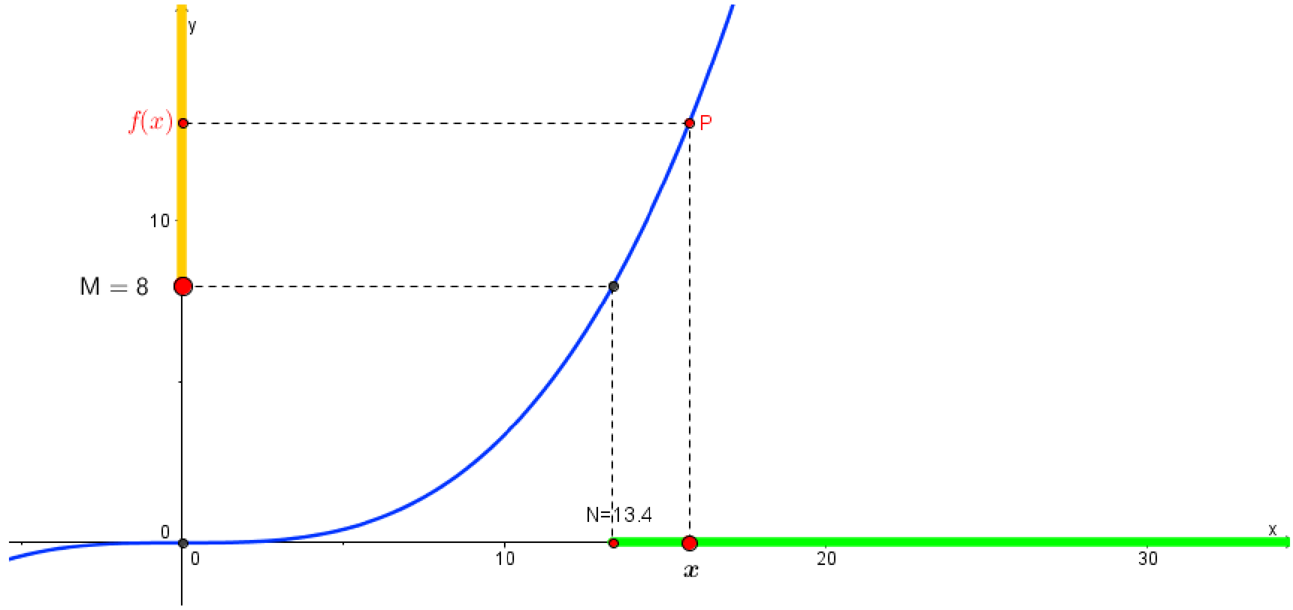
LIMITE INFINITO PER UNA FUNZIONE ALL'INFINITO		
$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$	$\Longleftrightarrow$	$\forall M > 0 \quad \exists\, N > 0 \quad / \quad f(x) > M\,, \quad \forall x > N$ *Se, comunque si scelga un intorno* $I^{y}_{+\infty} = \,]M\,, +\infty[$ *(scelto grande quanto si vuole)*, *si può determinare in corrispondenza di esso un intorno* $I^{x}_{+\infty} = \,]N\,, +\infty[$ *tale che* $\forall x \in I^{x}_{+\infty}$, *si ha che* $f(x) \in I^{y}_{+\infty}$.



Esempio

$\lim\limits_{x\to +\infty} x^3 = +\infty$	$\Longleftrightarrow$	$\forall M > 0 \quad \exists N > 0 \quad / \quad x^3 > M\,, \quad \forall x > N$

Occorre verificare che la disequazione $x^3 > M$ è soddisfatta per ogni x appartenente ad un intorno $I_{+\infty}$.

Risolviamo pertanto la disequazione: $x^3 > M$:

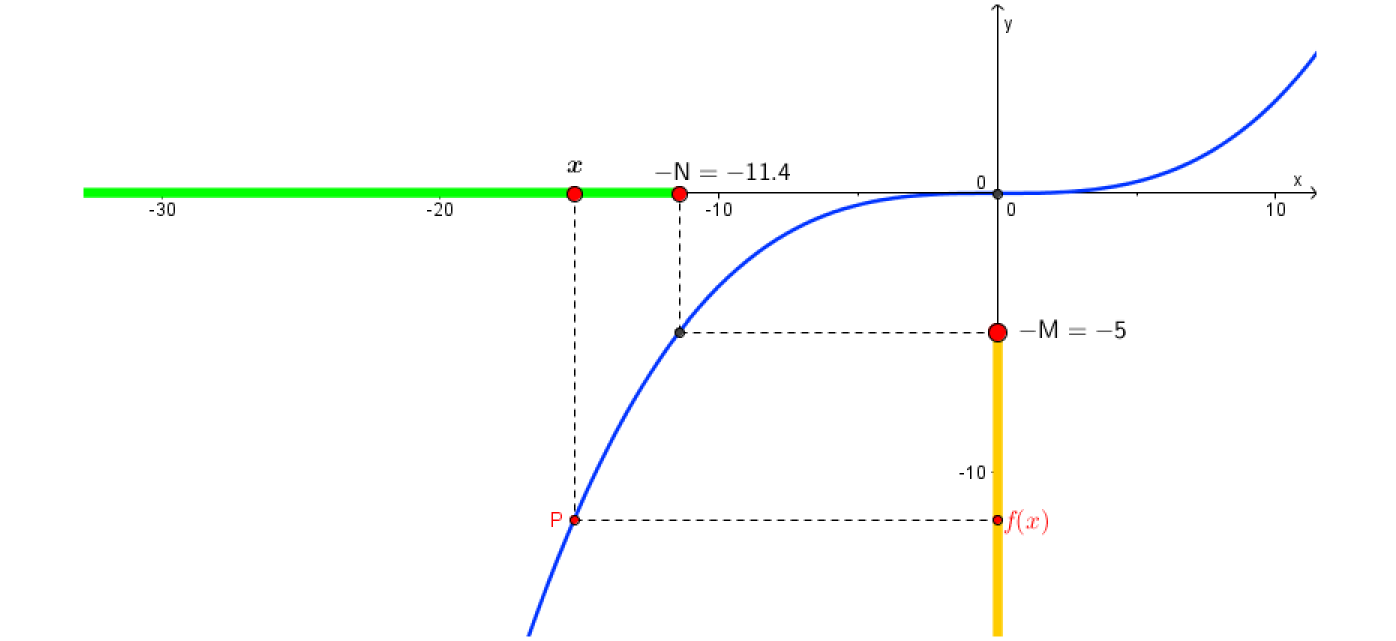
Applicando la radice cubica ad entrambi i membri, si ottiene: $x > \sqrt[3]{M}$.

Essa rappresenta un intorno di $+\infty$: $I^{x}_{+\infty} = \left]\sqrt[3]{M}\,, +\infty\right[$ dove $N = \sqrt[3]{M}$

Il limite è pertanto, verificato.

LIMITE INFINITO PER UNA FUNZIONE ALL'INFINITO

<table>
<tr><td rowspan="2">$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$</td><td rowspan="2">$\Longleftrightarrow$</td><td>$\forall M > 0 \quad \exists\, I_{-\infty} =]-N\,,+\infty[\quad / \quad f(x) < M\,, \quad \forall x < -N$</td></tr>
<tr><td>Se, comunque si scelga un intorno $I^{y}_{-\infty} =]-\infty\,,-M[$ (scelto grande quanto si vuole),
si può determinare in corrispondenza di esso un intorno $I^{x}_{-\infty} =]-\infty\,,-N[$
tale che $\forall x \in I^{x}_{-\infty}\,,$ si ha che $f(x) \in I^{y}_{-\infty}\,.$</td></tr>
</table>



Esempio

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$	$\Longleftrightarrow$	$\forall M > 0 \quad \exists\, I_{-\infty} =]-\infty\,,-N[\quad / \quad f(x) < -M\,, \quad \forall x < -N$

Occorre verificare che la disequazione $x^3 < -M$ è soddisfatta per ogni x appartenente ad un intorno $I_{-\infty}$.

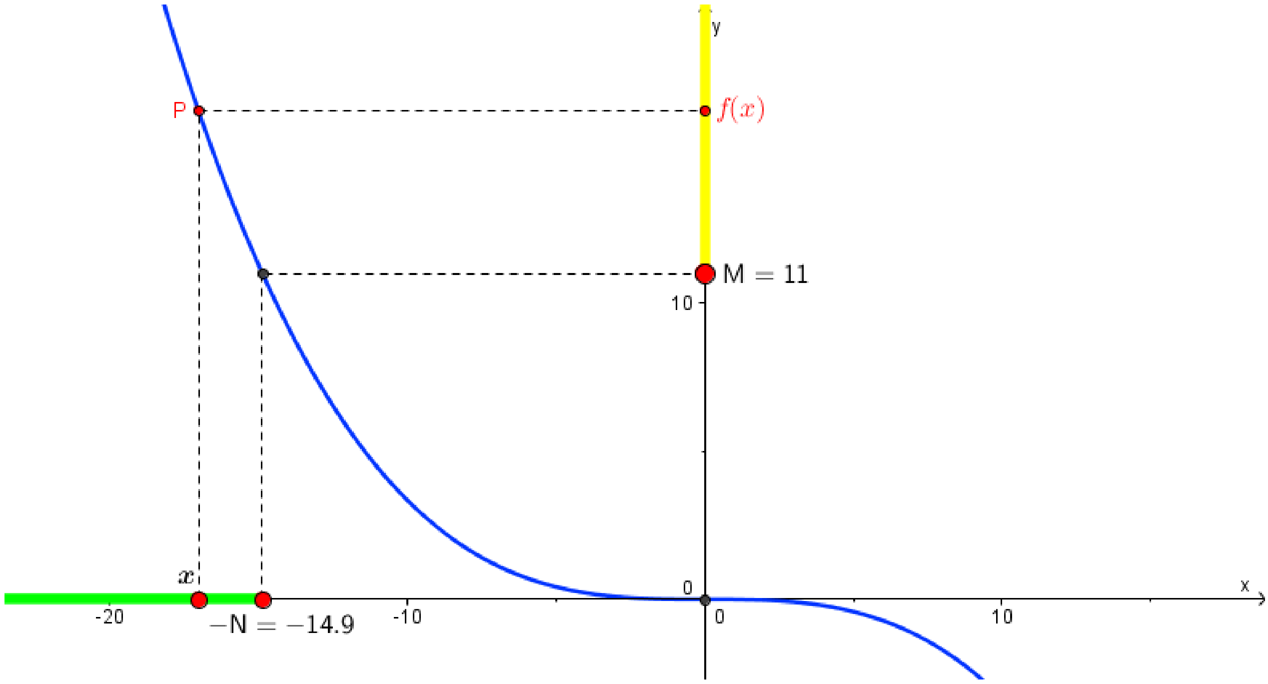
Risolviamo pertanto la disequazione: $x^3 < -M$:

Applicando la radice cubica ad entrambi i membri, si ottiene: $x < -\sqrt[3]{M}$.

Essa rappresenta un intorno di $-\infty$: $I^{x}_{-\infty} = \left]-\infty\,,-\sqrt[3]{M}\right[$ dove $N = \sqrt[3]{M}$

Il limite è pertanto, verificato.

LIMITE INFINITO PER UNA FUNZIONE ALL'INFINITO		
$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$	$\Longleftrightarrow$	$\forall M > 0 \quad \exists\, N > 0 \quad / \quad f(x) > M\,, \quad \forall x < -N$ *Se, comunque si scelga un intorno* $I^y_{+\infty} = \left]M\,, +\infty\right[$ *(scelto grande quanto si vuole)*, *si può determinare in corrispondenza di esso un intorno* $I^x_{-\infty} = \left]-\infty\,, -N\right[$ *tale che* $\forall x \in I^x_{-\infty}$, *si ha che* $f(x) \in I^y_{+\infty}$.



Esempio

$\lim\limits_{x\to -\infty} -x^3 = +\infty$	$\Longleftrightarrow$	$\forall M > 0 \quad \exists\, N > 0 \quad / \quad -x^3 > M\,, \quad \forall x < -N$

Occorre verificare che la disequazione $-x^3 > M$ è soddisfatta per ogni x appartenente ad un intorno $I_{-\infty}$.

Risolviamo pertanto la disequazione: $-x^3 > M$:

Cambiamo di segno i due termini: $x^3 < -M$

Applicando la radice cubica ad entrambi i membri, si ottiene: $x < -\sqrt[3]{M}$.

Essa rappresenta un intorno di $-\infty$: $I^x_{-\infty} = \left]-\infty\,, -\sqrt[3]{M}\right[$ dove $N = \sqrt[3]{M}$

Il limite è pertanto, verificato.