

Esercizio x8 – Funzione derivabile

Verificare che la funzione $f(x) = \sqrt[3]{(x-2)^2}$ non è derivabile in $x_0 = 2$.

Dimostrazione

Il dominio della funzione $f(x) = \sqrt[3]{(x-2)^2}$ è $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.

In tale Dominio la funzione è continua.

La derivata prima $f'(x) = \frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{x-2}}$.

La derivata prima non è definita in $x_0 = 2 \in \text{Dom } f$.

Inoltre:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{x-2}} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{x-2}} = -\infty$$

Ciò vuol dire che la curva ha in $x_0 = 2$ una **cuspid**e rivolta verso il basso.

