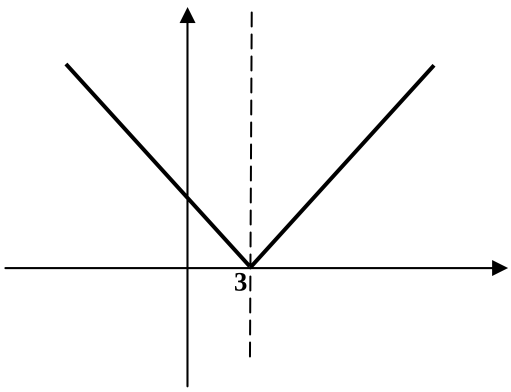
Esercizio x6 – Funzione derivabile

Verificare che la funzione $f(x)=|x-3|$ non è derivabile in $x_0=3$.

Dimostrazione 1



Il dominio di $f(x)=|x-3|$ *è* $Dom\ f=R$.

In tale Dominio la funzione è continua.

$$f(x)=|x-3| = \begin{cases} +(x-3) & se \quad x\geq 3 \\ -(x-3) & se \quad x<3 \end{cases}$$

Inoltre:

$$\lim_{x\to 3^+} f'(x) = \lim_{x\to 3^+} D[+(x-3)] = \lim_{x\to 3^+} 1 = 1.$$

$$\lim_{x\to 3^-} f'(x) = \lim_{x\to 3^-} D[-(x-3)] = \lim_{x\to 3^-} -1 = -1.$$

Essendo $f'_+(3)=1$ *e* $f'_-(3)=-1$, *la funzione* $f(x)=|x-3|$ *non è derivabile in* $x_0=3$.

In tale punto si ha un ***punto angoloso***.

Dimostrazione 2

$$f'_+(3) = \lim_{h\to 0^+}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim_{h\to 0^+}\frac{f(3+h)-f(3)}{h} = \lim_{h\to 0^+}\frac{|3+h-3|-|3-3|}{h} = \lim_{h\to 0^+}\frac{|h|-0}{h} =$$

$$\lim_{h\to 0^+}\frac{|h|}{h} = \lim_{h\to 0^+}\frac{h}{h} = \lim_{h\to 0^+} 1 = 1.$$

$$f'_-(3) = \lim_{h\to 0^-}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim_{h\to 0^-}\frac{f(3+h)-f(3)}{h} = \lim_{h\to 0^-}\frac{|3+h-3|-|3-3|}{h} = \lim_{h\to 0^-}\frac{|h|-0}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0^-}\frac{|h|}{h} = \lim_{h\to 0^-}\frac{-h}{h} = \lim_{h\to 0^-} -1 = -1.$$

Essendo $f'_+(3)=1$ *e* $f'_-(3)=-1$, *la funzione* $f(x)=|x-3|$ *non è derivabile in* $x_0=3$.

In tale punto si ha un ***punto angoloso***.