

SCOMPOSIZIONE DI BINOMI NOTEVOLI

TEOREMI

La differenza di due potenze di egual esponente positivo è divisibile per la somma delle basi, solo quando l'esponente è pari. Esempio $a^6 - b^6$ è divisibile per $a + b$

La somma di due potenze di egual esponente positivo non è mai divisibile per la differenza delle basi. Esempio $a^6 + b^6$ non è divisibile per $a - b$

La differenza di due potenze di egual esponente positivo è sempre divisibile per la differenza delle basi. Per n qualsiasi si ha : $a^n - b^n = (a - b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$

La somma di due potenze di egual esponente positivo è divisibile per la somma delle basi, solo quando l'esponente è dispari.

Se n è dispari, si ha : $a^n + b^n = (a + b) \cdot (a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$

Esempi

$a^4 + b^4$ non si può scomporre

$$a^5 + b^5 = (a + b) \cdot (a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$$

$$a^6 + b^6 = (a^2)^3 + (b^2)^3 = (a^2 + b^2) \cdot (a^4 - a^2b^2 + b^4)$$

$$a^7 + b^7 = (a + b) \cdot (a^6 - a^5b + a^4b^2 - a^3b^3 + a^2b^4 - ab^5 + b^6)$$

$a^8 + b^8$ non si può scomporre

$$a^9 + b^9 = (a^3)^3 + (b^3)^3 = (a^3 + b^3) \cdot (a^6 - a^3b^3 + b^6) = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2) \cdot (a^6 - a^3b^3 + b^6)$$

$$a^{10} + b^{10} = (a^2)^5 + (b^2)^5 = (a^2 + b^2) \cdot (a^8 - a^6b^2 + a^4b^4 - a^2b^6 + b^8)$$

$$a^{12} + b^{12} = (a^4)^3 + (b^4)^3 = (a^4 + b^4) \cdot (a^8 - a^4b^4 + b^8)$$

$$a^5 - b^5 = (a - b) \cdot (a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$$

$$a^6 - b^6 = (a^3)^2 - (b^3)^2 = (a^3 + b^3) \cdot (a^3 - b^3) = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2) \cdot (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$a^7 - b^7 = (a - b) \cdot (a^6 + a^5b + a^4b^2 + a^3b^3 + a^2b^4 + ab^5 + b^6)$$

$$a^8 - b^8 = (a^4)^2 - (b^4)^2 = (a^4 + b^4) \cdot (a^4 - b^4) = (a^4 + b^4) \cdot (a^2 + b^2) \cdot (a^2 - b^2) = (a^4 + b^4) \cdot (a^2 + b^2) \cdot (a + b) \cdot (a - b)$$

$$a^9 - b^9 = (a^3)^3 - (b^3)^3 = (a^3 - b^3) \cdot (a^6 + a^3b^3 + b^6) = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) \cdot (a^6 + a^3b^3 + b^6)$$

$$a^{10} - b^{10} = (a^5)^2 - (b^5)^2 = (a^5 + b^5) \cdot (a^5 - b^5) = (a + b) \cdot (a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) \cdot (a - b) \cdot (a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$$