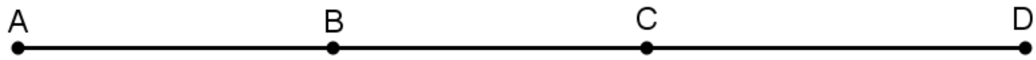
Problema 2.824.258

Due ciclisti viaggiano lungo una strada, rispettivamente alle velocità costanti di $30\,\mathrm{km/h}$ e di $16\,\mathrm{km/h}$. Il più veloce, partendo da A, arriva a C, poi torna indietro fino al punto B, dove inverte la marcia per giungere in D (passando per C). Nello stesso tempo il ciclista più lento, partendo da D, arriva in B e poi torna indietro fino al punto C. Sapendo che il tragitto che conduce da A a D (passando per B e C) è di 45 km e che il tratto BC è la semisomma dei tratti AB e CD, trova le distanze AB, BC, CD.

<u>Soluzione</u>

Poniamo:

$\overline{AB} = x \qquad \overline{BC} = y \qquad \overline{CD} = z$



$Ricordando\ che$: $v = \frac{s}{t} \quad si\ ha$: $s = v \cdot t$

Pertanto il primo ciclista percorre uno spazio pari a:

$\overline{AC} + \overline{CB} + \overline{BD} = V_1 \cdot t$ *cioè:* $x + y + y + y + z = 30t$; $\quad x + 3y + z = 30t$

Mentre il secondo ciclista percorre uno spazio pari a:

$\overline{DB} + \overline{BC} = V_2 \cdot t$ *cioè:* $y + z + y = 16t$; $\quad 2y + z = 16t$.

Si ottiene quindi, il seguente sistema:

$$\begin{cases} x + 3y + z = 30t \\ 2y + z = 16t \\ x + y + z = 45 \\ y = \dfrac{x+z}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 3y + z = 30t \\ 2y + z = 16t \\ x + y + z = 45 & - \\ x - 2y + z = 0 & = \end{cases} \qquad \begin{cases} - \\ - \\ - \\ 3y = -45 \end{cases} \qquad \begin{cases} - \\ - \\ - \\ y = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3 \cdot 15 + z = 30t \\ 2 \cdot 15 + z = 16t \\ - \\ x - 2 \cdot 15 + z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + z - 30t = -45 & - \\ 30 + z = 16t \\ x + z = 30 & = \end{cases} \qquad \begin{cases} \\ \\ -30t = -75 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 15 \\ \\ t = \dfrac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \\ 30 + z = 16t \\ \\ \end{cases} \qquad \begin{cases} \\ z = 16t - 30 = 16 \cdot \dfrac{5}{2} - 30 = 10 \\ \\ \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 15 \\ z = 10 \\ t = \dfrac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - z = 2 \cdot 15 - 10 = 20 \\ \\ \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \\ z = 10 \end{cases}$$

Pertanto:

$\overline{AB} = 20\ km \qquad \overline{BC} = 15\ km \qquad \overline{CD} = 10\ km$

Problema 2.824.263

In un trapezio ABCD, la somma delle basi e dell'altezza è 35 cm, la base maggiore è i $\frac{3}{2}$ della base minore, la differenza delle basi supera di 1 cm l'altezza ABCD. Calcola l'area del trapezio. Detto poi, P un punto del lato obliquo BC, e E il punto di intersezione delle rette AP e DC, considera il trapezio ABEC. Determina a quale distanza dalla base maggiore AB si deve fissare il punto P affinché il trapezio ABEC sia equivalente al trapezio ABCD.

<u>Soluzione</u>

Poniamo:

$\overline{AB} = x \qquad \overline{DC} = y \qquad \overline{DH} = z$

Dai dati del problema si ottiene il sistema:

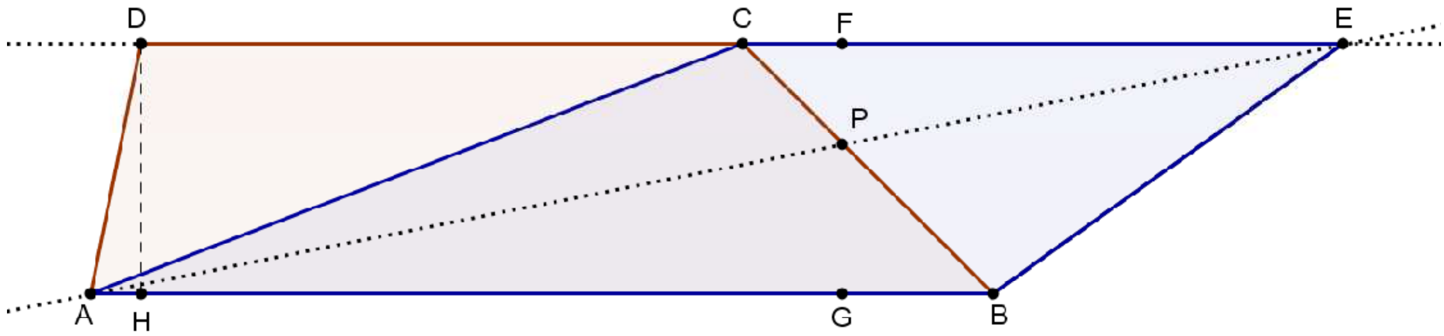
$$\begin{cases} x + y + z = 35 \\ x = \frac{3}{2} y \\ x - y = z + 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y + z = 35 & + \\ x - y - z = 1 & = \end{cases} \qquad \begin{cases} - \\ 2x = 36 \end{cases} \qquad \begin{cases} - \\ x = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 18 \\ y = \frac{2}{3} \cdot 18 = 12 \\ - \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 18 \\ y = 12 \\ z = 35 - x - y = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 18 \\ y = 12 \\ z = 5 \end{cases}$$

Pertanto l'area vale:

$$S_{ABCD} = \frac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2} \cdot \overline{DH} = \frac{18 + 12}{2} \cdot 5\ cm^2 = 75\ cm^2$$

Per la seconda parte del problema otteniamo la seguente figura:



Ponendo: $\overline{PG} = X$ *con* $0 < X < 5$ *si ha:* $\overline{PF} = 5 - X$

Dalla figura si ha: $S_{ABEC} = S_{ABP} + S_{ACE} + S_{BCE} - S_{CEP}$;

$$S_{ABEC} = S_{ABCD} = 75\ cm^2$$

$$S_{ABP} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{PG}}{2} = \frac{18 \cdot X}{2}\ cm^2 = 9X\ cm^2$$

$$S_{ACE} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{DH}}{2} = \frac{12 \cdot 5}{2}\ cm^2 = 30\ cm^2$$

$$S_{BCE} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{DH}}{2} = \frac{12 \cdot 5}{2}\ cm^2 = 30\ cm^2$$

$$S_{CEP} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{PF}}{2} = \frac{12 \cdot (5 - X)}{2}\ cm^2 = 6\,(5 - X)\ cm^2$$

Sostituendo si ottiene l'equazione:

$75 = 9X + 30 + 30 - 6\,(5 - X)\,; \qquad 75 = 9X + 30 + 30 - 30 + 6X\,; \qquad 15X = 45\,; \qquad X = 3\,.$

Problema 2.830.323
Tredici amici decidono di fare una gita. Essi dispongono di due pulmini A e B. Se nel pulmino A viaggiano tre persone in più che nel pulmino B, come si sono disposti i tredici amici?

<u>Soluzione</u>

Poniamo: $N° \, persone \; pulmino \; A = x$ *e* $N° \, persone \; pulmino \; B = y$

Dai dati del problema si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ x = y + 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} y + 3 + y = 13 \\ - \end{cases} \qquad \begin{cases} 2y = 10 \\ - \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 5 \\ x = 5 + 3 = 8 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 5 \\ x = 8 \end{cases}$$

Pertanto nel pulmino A viaggiano 8 persone, mentre nel pulmino B viaggiano 8 persone.

Problema 2.830.329
Sommando l'età di Marco a quella di sua sorella Sandra si ottiene 30. Cinque anni fa Sandra aveva il triplo dell'età che aveva allora Marco. Qual è la loro età attuale.

<u>Soluzione</u>

Poniamo: $età \; attuale \; di \; Marco = x$ *e* $età \; attuale \; di \; Sandra \; = y$

Si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ y - 5 = 3(x - 5) \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 30 - x \\ 30 - x - 5 = 3x - 15 \end{cases} \qquad \begin{cases} - \\ 4x = 40 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 30 - 10 = 20 \\ x = 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases}$$

Marco ha 10 anni e Sandra ha 20 anni .