29. **Stabilisci se nelle seguenti proposizioni la particella "o" ha significato inclusivo o esclusivo**

A Esco in auto o vado a piedi.
B Gioco a carte o parlo.
C O mangi questa minestra o salti dalla finestra.
D $\overset{\triangle}{ABC}$ è un triangolo rettangolo o isoscele.
E Un numero o è razionale o irrazionale.
F Alla festa sono stati invitati gli amici o i conoscenti di età inferiore a 21 anni.
G Rimango a casa a leggere un libro o esco a fare una passeggiata.
H Una figura piana è convessa o concava.

Il connettivo se... allora

30. **Date le proposizioni**
p "Il M.C.D. di 15 e 19 è 1",
q "il m.c.m. di 15 e 19 è 285",
scrivi le proposizioni $p \to q$ e $q \to p$ e determina il loro valore di verità.

Esercizio svolto
$p \to q$ "Se il M.C.D. (15, 19) = 1 allora il m.c.m. (15, 19) = 285";
$q \to p$ "Se il m.c.m. (15, 19) = 285 allora il M.C.D. (15, 19) = 1".
$p \to q$ è vera; $q \to p$ è vera.

31. **Date le proposizioni**
p "Il prodotto di due numeri interi relativi concordi è un numero positivo",
q "la somma di due numeri interi relativi concordi è un numero positivo",
scrivi le proposizioni $p \to q$ e $q \to p$ e determina il loro valore di verità.

32. **Determina il valore di verità delle seguenti proposizioni basandoti sulla definizione di implicazione materiale**

A Se 8 è il cubo di 2, allora 2 è un numero primo.
B Se $\frac{7}{6}$ è una frazione irriducibile, allora $\frac{7}{6}$ è equivalente a $\frac{49}{36}$.
C Se Torino è la capitale d'Italia, allora Roma è una città del Lazio.
D Se Galileo morì nel 1642, allora Galileo insegnò all'università di Padova.
E Se il doppio di 7 è dispari, allora il triplo di 7 è pari.
F Se il garofano è un fiore, allora il Monte Bianco si trova in Polonia.

Il connettivo se e solo se

33. **Date le proposizioni**
p "Sono stanco", q "dormo",
formalizza le seguenti proposizioni utilizzando i simboli dei connettivi logici

A Se sono stanco, allora dormo.
B Se dormo, allora sono stanco.
C Se non sono stanco, allora non dormo.
D Dormo se e solo se sono stanco.
E Non dormo se e solo se non sono stanco.

34. Date le proposizioni

p "Il resto della divisione di 59 per 14 è 3", q "la differenza 59 – 14 è divisibile per 3",

formalizza le seguenti proposizioni utilizzando i simboli dei connettivi logici

A Se il resto della divisione di 59 per 14 è 3, allora la differenza 59 – 14 è divisibile per 3.
B Il resto della divisione di 59 per 14 è 3 se e solo se la differenza 59 – 14 è divisibile per 3.

35. Costruisci le tabelle di verità delle seguenti proposizioni

A $\overline{p} \to \overline{q}$ **B** $\overline{p \to q}$ **C** $(p \vee q) \to p$ **D** $(p \wedge q) \to p$
E $(p \wedge q) \to (p \vee q)$ **F** $(p \vee q) \to (p \wedge q)$ **G** $(p \wedge q) \leftrightarrow (p \vee q)$ **H** $\overline{p \wedge q} \leftrightarrow (\overline{p} \vee \overline{q})$
I $[(p \vee q) \wedge p] \leftrightarrow p$ **L** $(p \to q) \leftrightarrow (q \to r)$

36. Semplifica le seguenti proposizioni

A $p \to \overline{p}$ **Esercizio svolto** $p \to \overline{p} \equiv \overline{p} \vee \overline{p} \equiv \overline{p}$
B $p \leftrightarrow \overline{p}$ **Esercizio svolto** $p \leftrightarrow \overline{p} \equiv (\overline{p} \vee \overline{p}) \wedge (\overline{\overline{p}} \vee p) \equiv \overline{p} \wedge p \equiv F$
C $p \to (\overline{p} \vee q)$ **Esercizio svolto** $p \to (\overline{p} \vee q) \equiv \overline{p} \vee (\overline{p} \vee q) \equiv (\overline{p} \vee \overline{p}) \vee q \equiv \overline{p} \vee q$
D $p \to (p \wedge q)$ **E** $(p \wedge q) \leftrightarrow p$ **F** $[(p \vee q) \wedge p] \to p]$

37. Verifica le seguenti equivalenze logiche. Puoi utilizzare le tabelle di verità

A $[p \to (p \wedge q)] \equiv \overline{p} \vee q$ **B** $[\overline{p} \to (p \vee q)] \equiv p \vee q$ **C** $[(\overline{p} \vee \overline{q}) \leftrightarrow p] \equiv p \wedge \overline{q}$

Le tautologie e le contraddizioni

38. Verifica che le seguenti proposizioni sono tautologie, usando le proprietà dei connettivi o eventualmente con tavole di verità

A $p \vee (\overline{p} \vee q)$ **B** $(\overline{\overline{p} \vee p}) \vee p$ **C** $(\overline{\overline{q} \wedge q}) \vee q$ **D** $p \to (p \vee q)$
E $\overline{p \vee q} \leftrightarrow (\overline{p} \wedge \overline{q})$ **F** $\overline{p \wedge q} \leftrightarrow (\overline{p} \vee \overline{q})$ **G** $p \to (q \to p)$ **H** $(p \to r) \to (p \wedge q \to r)$
I $p \to (\overline{p} \to q)$ **L** $[(p \wedge q) \wedge r] \leftrightarrow [p \wedge (q \wedge r)]$ **M** $[(p \vee q) \vee r] \leftrightarrow [p \vee (q \vee r)]$

39. Verifica che le seguenti proposizioni sono contraddizioni

A $(p \wedge q) \wedge \overline{q}$ **B** $(p \vee \overline{p}) \to (q \wedge \overline{q})$ **C** $p \leftrightarrow \overline{p}$ **D** $\overline{\overline{p} \to (p \to q)}$
E $\overline{(p \wedge q) \vee (\overline{p} \vee \overline{q})}$ **F** $[p \to (q \vee r)] \leftrightarrow (p \wedge \overline{q} \wedge \overline{r})$

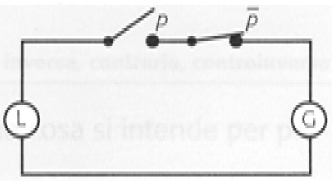
40. Roberto scommette che se Bearzot tornasse alla guida della Nazionale di calcio, questa vincerebbe sempre. In quale dei seguenti casi Roberto perderebbe certamente la scommessa?

A Bearzot non torna ad allenare la nazionale.
B Bearzot torna ad allenare la Nazionale e questa non perde mai.
C Bearzot torna ad allenare la Nazionale e questa non vince tutte le partite.
D Bearzot non torna ad allenare la Nazionale e questa vince sempre.
E Bearzot non torna ad allenare la Nazionale e questa non vince mai.
(Olimpiadi della Matematica, gara junior 1994).

La logica applicata ai circuiti

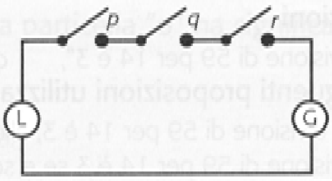
41. Costruisci un circuito per ognuna delle seguenti proposizioni:

A $p \wedge \overline{p}$ **Esercizio svolto**



B $p \wedge q \wedge r$

Esercizio svolto



C $p \vee q \vee r$ **D** $p \vee (q \wedge r)$ **E** $(p \wedge q) \vee (\overline{p} \vee r)$

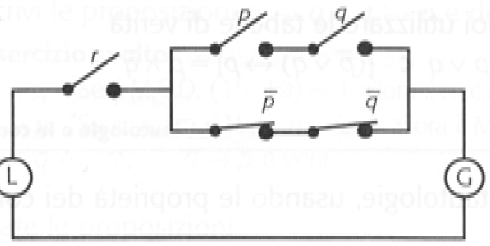
42. Costruisci un circuito per ognuna delle seguenti proposizioni

A $(p \vee q) \wedge (\overline{p} \vee \overline{q})$ **C** $p \leftrightarrow q$ **E** $(p \rightarrow q) \vee (\overline{p} \rightarrow r)$

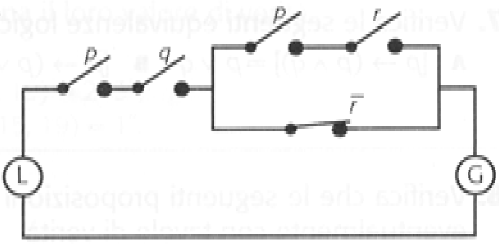
B $p \rightarrow q$ **D** $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ **F** $p \rightarrow (q \vee r)$

43. Per ognuno dei circuiti scrivi la proposizione corrispondente

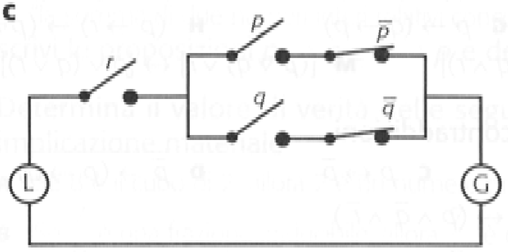
A



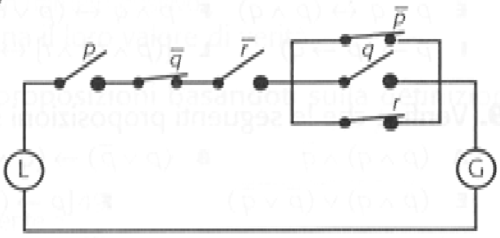
B



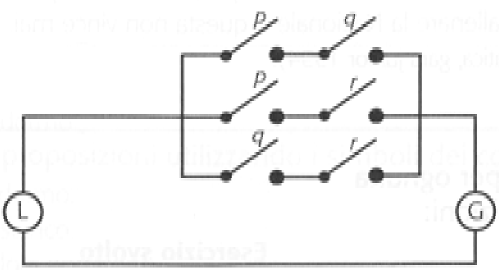
C



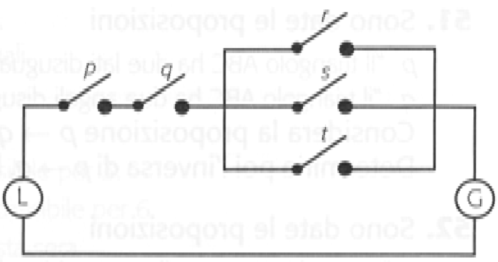
D



44. Nel seguente circuito gli interruttori *p*, *q*, *r* rappresentano tre elettori. Ogni deliberazione risulta approvata se viene votata da almeno due elettori: in tal caso si dice che è approvata a maggioranza. Scrivi la proposizione corrispondente al circuito.



45. Nel circuito seguente gli interruttori p, q, r, s, t rappresentano 5 elettori. Ogni deliberazione risulta approvata a maggioranza, ma i voti favorevoli devono comprendere quelli di due ben definiti elettori. Quali sono questi elettori? Scrivi i casi in cui la deliberazione risulta approvata.



46. Sono date le proposizioni vere
p "Luigi ha la patente";
q "Luigi ha la carta d'identità";
r "Luigi non ha il passaporto".
Descrivi il circuito che corrisponde alla proposizione composta $[(p \wedge \overline{p}) \vee (r \wedge q)] \wedge (\overline{r} \wedge q)$ e verifica che la lampadina resta sempre accesa.
Sai costruire un circuito equivalente e più "economico", cioè con un numero minore di interruttori?

47. Descrivi un circuito con 4 interruttori, nel quale circoli corrente se almeno 3 sono chiusi.

Le regole di deduzione

Modus ponens

48. Illustra la regola di deduzione "modus ponens", schematizzando opportunamente.

49. Applicando la regola di deduzione "modus ponens" completa i seguenti ragionamenti

A Se una frazione è irriducibile, allora il numeratore e il denominatore non possono essere entrambi numeri pari.
Una frazione è irriducibile.
....

B Se vado al mare, scelgo come località Rimini.
....
Scelgo come località Rimini.

C ....
ABCD è un parallelogrammo con le diagonali fra loro perpendicolari.
ABCD è un rombo.

Proposizione inversa, contraria, controinversa

50. È data l'implicazione materiale $p \to q$, che chiamiamo diretta. Che cosa si intende per proposizione contraria, inversa e controinversa di $p \to q$?

51. Sono date le proposizioni

p "Il triangolo ABC ha due lati disuguali";
q "il triangolo ABC ha due angoli disuguali".

Considera la proposizione $p \to q$. È vera?
Determina poi l'inversa di $p \to q$, la contraria e la controinversa. Qual è il loro valore di verità?

52. Sono date le proposizioni

p "La strada attraversa il centro abitato";
q "c'è il limite di velocità di 50 km".

Considera la proposizione vera $p \to q$.
Determina poi di $p \to q$ l'inversa, la contraria e la controinversa. Qual è il loro valore di verità?

Esercizio svolto $q \to p$ "Se c'è il limite di velocità di 50 km/h, allora la strada attraversa il centro abitato", è falsa;
$\bar{p} \to \bar{q}$ "Se la strada non attraversa il centro abitato, allora non c'è il limite di velocità di 50 km/h", è falsa;
$\bar{q} \to \bar{p}$ "Se non c'è il limite di velocità di 50 km/h, allora la strada non attraversa il centro abitato", è vera.

Modus tollens

53. Illustra la regola di deduzione "modus tollens", schematizzando opportunamente.

54. Applicando la regola di deduzione "modus tollens" completa i seguenti ragionamenti

A Se un numero naturale è dispari, allora il suo quadrato è dispari.
Il quadrato di un numero non è dispari.

...

B Se un poligono di n lati è regolare, allora ha n assi di simmetria.
...

Il poligono non è regolare.

C ...
Non ho lo sconto del 10%.

Non pago in contanti il motorino.

Esercizi vari sugli schemi deduttivi

55. Nei seguenti ragionamenti individua le proposizioni elementari, le premesse e la conseguenza logica. Costruisci poi i relativi schemi di deduzione e stabilisci se i ragionamenti sono validi oppure no

A Se vado in montagna, allora porto gli sci.
Vado in montagna, di conseguenza porto gli sci.

Esercizio svolto Proposizioni elementari: p "Vado in montagna"; q "Porto gli sci".
Premesse: "Se vado in montagna, allora porto gli sci"; "Vado in montagna".
Conseguenza logica: "Porto gli sci".

$$\begin{array}{l} p \to q \\ p \\ \hline q \end{array}$$

Il ragionamento è valido (modus ponens)

B Se un triangolo è isoscele, allora ha due angoli uguali.
ABC è un triangolo isoscele, perciò ha due angoli uguali.

C Se vado al bar, allora bevo un caffè.
Bevo un caffè, allora vado al bar.

D Se un numero naturale è divisibile per 6, allora è divisibile per 3.
Il numero $x \in N$ non è divisibile per 3, quindi non è divisibile per 6.

E Se non parti domani, allora possiamo incontrarci questa sera.
Parti domani, quindi non possiamo incontrarci questa sera.

F Se rinnovi puntualmente l'abbonamento all'autobus, allora non paghi la multa.
Paghi la multa, quindi non rinnovi puntualmente l'abbonamento all'autobus.

56. Verifica la validità o meno dei seguenti schemi di ragionamento

A $\dfrac{\begin{array}{c} p \to q \\ \overline{p} \end{array}}{\overline{q}}$ **B** $\dfrac{\begin{array}{c} p \to q \\ q \end{array}}{p}$ **C** $\dfrac{\begin{array}{c} p \wedge q \\ p \end{array}}{q}$ **D** $\dfrac{\begin{array}{c} p \vee q \\ p \end{array}}{q}$ **E** $\dfrac{\begin{array}{c} p \leftrightarrow q \\ q \end{array}}{p}$

57. Controlla la validità o meno dei seguenti ragionamenti

A Se due numeri interi relativi sono positivi, allora la loro somma è positiva.
La somma di due interi relativi x e y è positiva.

---
x e y sono positivi.

B Se un poligono è regolare, allora è una figura inscrittibile in una circonferenza.
Una figura F non è inscrittibile.

F non è un poligono regolare.

C Se un poligono è regolare, allora è una figura circoscrittibile a una circonferenza.
Un poligono F non è regolare.

F non è una figura circoscrittibile.

58. Verifica la validità o meno dei seguenti schemi di ragionamento

A $[(p \to q) \wedge (r \to q)] \Rightarrow (p \vee r) \to q$

B $[(p \leftrightarrow q) \wedge (r \leftrightarrow q)] \Rightarrow (p \wedge r) \leftrightarrow q$

59. Controlla se sono validi oppure no i seguenti ragionamenti

A Se un numero naturale è il cubo di un altro numero naturale, non può terminare con 4.
x è un numero naturale che non termina con 4.

---
x è un cubo.

B Se egli è colpevole, allora è condannato.
Egli non è condannato.

Egli non è colpevole.

60. **Considera il seguente ragionamento**

Se Roberto è in forma, allora giocherà.
Se Roberto giocherà, allora vincerà la partita.
Roberto è in forma.

Roberto vincerà la partita.

Individua le proposizioni elementari che compaiono nel precedente schema, indicale con *p*, *q*, *r* e costruisci il relativo schema di deduzione.
Si tratta di un ragionamento valido?

61. **Considera il seguente ragionamento**

Gioco a carte o ascolto la musica.
Se dormo non ascolto la musica.

Se dormo allora gioco a carte.

Individua le proposizioni elementari che compaiono nel precedente schema, indicale con *p*, *q*, *r* e costruisci il relativo schema di deduzione.
Si tratta di un ragionamento valido?

62. **Esprimi le seguenti implicazioni materiali usando i termini "condizione necessaria", "condizione sufficiente"**

A Se un poligono è regolare, allora è equilatero.
Esercizio svolto Condizione sufficiente perché un poligono sia equilatero è che sia regolare.

B Se due rette dello spazio sono sghembe, allora non hanno punti in comune.
Esercizio svolto Condizione necessaria affinché due rette dello spazio siano sghembe è che non abbiano punti in comune.

C Se 72 è divisibile per 18, allora è divisibile per 9.

D Se Taranto ha il porto, allora è una città di mare.

E Se Dante Alighieri è fiorentino, allora è toscano.

F Se la Roma vince lo scudetto, allora disputa la Champions League.

63. **Scrivi le seguenti proposizioni usando "se… allora", "se… e solo se…", anziché "condizione necessaria…", "condizione sufficiente…", "condizione necessaria e sufficiente…"**

A Condizione sufficiente perché un triangolo sia isoscele è che sia equilatero.

B Condizione necessaria perché un angolo sia acuto è che sia convesso.

C Condizione sufficiente per superare l'esame di guida è non commettere più di quattro errori..

D Condizione necessaria e sufficiente perché il prodotto di due numeri razionali relativi sia positivo è che i numeri siano fra loro concordi.

E Condizione necessaria e sufficiente perché due numeri naturali siano primi fra loro è che il loro M.C.D. sia 1.

64. **Negli esempi che seguono vengono date due proposizioni *p* e *q*. Verifica se è possibile esprimere *p* come condizione sufficiente per *q*, oppure *p* come condizione necessaria per *q* o ancora *p* come condizione necessaria e sufficiente per *q***

A *p* "il numero naturale *n* termina con la cifra 0", *q* "il numero naturale *n* è divisibile per 5".

B *p* "*AB* e *CD* sono due segmenti adiacenti", *q* "*AB* e *CD* sono due segmenti consecutivi".

C p "$\frac{m}{n}$ è una frazione impropria", q "$\frac{m}{n}$ è una frazione > 1".

D p "r e s sono rette parallele", q "r e s formano con una trasversale t una coppia di angoli alterni interni uguali".

E p "m e n sono numeri naturali primi fra loro", q "il m.c.m. di m e n è $m \cdot n$.

F p "La somma di n numeri relativi è 0", q "gli addendi dell'addizione di n numeri relativi sono tutti uguali a 0".

G p "Due polinomi hanno lo stesso grado", q "due polinomi sono uguali".

Il sillogismo ipotetico

65. **Che cos'è il sillogismo ipotetico? Scrivi il relativo schema di ragionamento.**

66. **Verifica se i seguenti ragionamenti sono validi**

A Se giungo presto in stazione, riesco a fare il biglietto.
Se riesco a fare il biglietto, posso prendere il treno per Bologna.

Se giungo presto in stazione, posso prendere il treno per Bologna.

B Se la distanza fra i centri di due circonferenze è uguale alla somma dei raggi delle circonferenze, allora le due circonferenze sono tangenti esternamente.
Se due circonferenze sono tangenti esternamente, allora hanno un solo punto in comune.

Se la distanza fra i centri di due circonferenze è uguale alla somma dei raggi delle circonferenze stesse, allora le circonferenze hanno un solo punto in comune.

C Qualche x è y.
Ogni y è z.

Qualche x è z.

D Tutti gli x sono y.
Nessun y è z.

Nessun x è z.

Si tratta di sillogismi ipotetici?

Da "I giochi di Archimede del 2001"

67. **Anna, Barbara, Chiara e Donatella si sono sfidate in una gara di nuoto fino alla boa. All'arrivo non ci sono stati ex-aequo. Al ritorno,**
p **Anna dice: "Chiara è arrivata prima di Barbara";**
q **Barbara dice: "Chiara è arrivata prima di Anna";**
r **Chiara dice: "Io sono arrivata seconda".**
Sapendo che una sola di esse ha detto la verità

A Si può dire solo chi ha vinto.

B Si può dire solo chi è arrivata seconda.

C Si può dire solo chi è arrivata terza.

D Si può dire solo chi è arrivata ultima.

E Non si può stabilire la posizione in classifica di nessuna.

68. In una scuola il 60% degli studenti è di sesso maschile, il 90% è minorenne e il 60% ha i capelli castani.
Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera?

A C'è almeno una ragazza maggiorenne.

B C'è almeno una ragazza con i capelli castani

C C'è almeno un ragazzo minorenne con i capelli castani.

D Non ci sono ragazzi maggiorenni con i capelli castani.

E C'è almeno un ragazzo biondo.

Le funzioni proposizionali e i quantificatori

69. Che cos'è una funzione proposizionale?

70. Che cosa sono il dominio e l'insieme di verità di una funzione proposizionale?

71. Individua le funzioni proposizionali

A n è minore di 10, con $n \in N$.

B n è primo, con $n \in N$.

C $5{,}1\overline{6}$ è un numero periodico misto.

D x è equivalente a un rettangolo, con $x \in$ {parallelogrammi}.

E Il Friuli Venezia-Giulia confina con il Veneto.

F x^3 è uguale a 64.

72. Data in N l'espressione $p(x)$: "$7 < x < 12$", verifica se $p(x)$ è una funzione proposizionale. In caso affermativo determina l'insieme di verità.

Esercizio svolto $p(x)$ è una funzione proposizionale. Infatti, qualunque sia il valore dato alla x in N, la funzione proposizionale diventa una proposizione.
Ad esempio: $p(9)$ è vera e $p(3)$ è falsa.
L'insieme di verità S risulta: $S = \{8, 9, 10, 11\}$.

73. Data in Z l'espressione $p(x)$: "$|x| \leq 5$", verifica se $p(x)$ è una funzione proposizionale. In caso affermativo determina l'insieme di verità.

74. È data la funzione proposizionale $p(x)$: "$|x| > 5$", avente per dominio Z. Determina l'insieme di verità.

75. In $Q \times Q$ considera la seguente funzione proposizionale $p(x, y)$: "$x + y - 2 = 0$". Determina almeno 4 elementi dell'insieme di verità.

76. In $Q \times Q$ considera la seguente funzione proposizionale $p(x, y)$: "$2x - 5y = 6$". Determina almeno 5 elementi dell'insieme di verità.

77. **Definisci il concetto di quantificatore universale e di quantificatore esistenziale.**

78. **Formalizza i seguenti enunciati utilizzando i quantificatori $\forall$, $\exists$**

A Esistono triangoli con due lati uguali.
B Alcune persone sono nate nel 1949.
C Ogni numero primo maggiore di 2 è dispari.
D Alcuni rombi sono quadrati.
E Tutti gli uomini sono mortali.
F Esiste almeno un pentagono con i lati e gli angoli uguali.

79. **Traduci in linguaggio naturale ciascuno dei seguenti enunciati**

A $\exists x \in N : 0 < x < 2$.
B $\forall x \in Z : x > x - 1$.
C $\exists x \in Q : 2x - 3 = 0$.
D $\exists x \in Q : 32x^2 - 18 = 0$.
E $\forall x \in Z : x(x+1) \geq 0$.

80. **Definisci l'insieme di verità dei seguenti enunciati**

A $\exists x \in N$: x è divisibile per 2.
B $\exists x \in N$: x è divisibile per 1.
C $\exists x \in N$: x è divisibile per 0.
D $\exists x \in Z : x^2 = 9$.
E $\exists x \in Q : x^2 + 16 = 0$.
F $\forall x \in Q : 2x \geq x^2 + 1$.
G $\forall x \in Q : (3x+2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$.
H $\forall x \in Q : |x| = x$.
I $\exists x \in Q : |x| = \frac{2}{3}$
L $\exists x \in Q : |x| = -\frac{3}{4}$

(Quesito n. 12 dell'edizione AHSME 1964).

81. **Sia x una variabile che può assumere tutti i valori di un certo insieme di numeri reali. Tra le proposizioni seguenti quale è la negazione di "$\forall x : x^2 > 0$"?**

A $\forall x : x^2 < 0$ **B** $\forall x : x^2 \leq 0$ **C** per nessuna $x : x^2 > 0$ **D** $\exists x : x^2 > 0$ **E** $\exists x : x^2 \leq 0$

82. **Stabilisci quali delle seguenti proposizioni sono vere e quali false nell'insieme $D = \{-8, -3, -2, 0, 3, 6, 10, 12\}$.**

A $\exists x : x > 0$ V F
B $\forall x : x \leq 10$ V F
C $\exists x : |x| = 3$ V F
D $\exists x : x^3 = -8$ V F
E $\exists x : x(x+2) > 0$ V F
F $\forall x : -x^2 + 4x + 96 \geq 0$ V F
G $\exists x : x^2 - 10x - 24 = 0$ V F
H $\forall x : |x - 1| < 7$ V F

1. Che cos'è una proposizione logica?

2. Tra le seguenti frasi individua le proposizioni logiche

A Roma è la capitale d'Italia.
B Un triangolo ha una diagonale.
C Quando andiamo allo stadio?
D Studia con attenzione!

3. Stabilisci se sono equivalenti le seguenti proposizioni

A p "23 è un numero primo"
B q "−7 è un numero intero negativo".

4. Qual è la differenza tra proposizione elementare e proposizione composta? Proponi qualche esempio.

5. Che cosa sono i connettivi logici? Scrivi i connettivi logici fondamentali.

6. Costruisci la tabella di verità di ogni connettivo logico studiato.

7. Scrivi in forma simbolica le proprietà dei connettivi logici.

8. Sapendo che la proposizione p è vera e la proposizione q è falsa, stabilisci quale delle seguenti proposizioni composte ha valore di verità V (vero) e quale F (falso)

A $p \wedge \overline{q}$ V F
B $\overline{p} \vee q$ V F
C $\overline{\overline{p} \rightarrow q}$ V F
D $p \leftrightarrow q$ V F

9. Utilizzando le tabelle di verità, verifica che

A $p \rightarrow q = \overline{p} \vee q$
B $p \leftrightarrow q = (\overline{p} \vee q) \wedge (p \vee \overline{q})$

10. Date le proposizioni

p "31 è un numero dispari"
q "31 è un numero primo"

traduci in lingua italiana le seguenti proposizioni composte

$p \wedge q$; $p \wedge \bar{q}$; $\bar{p} \vee q$; $p \to q$; $\overline{p \to q}$; $p \leftrightarrow q$.

11. Stabilisci qual è la negazione della seguente proposizione

p " Ogni quadrilatero è una figura convessa".

12. Stabilisci quale delle seguenti è la negazione della proposizione composta: "Gioco a pallone e canto"

A non gioco a pallone e non canto;
B non gioco a pallone ma canto;
C non gioco a pallone o non canto.

13. Scrivi le due leggi di De Morgan.

14. Utilizzando le leggi di De Morgan, dimostra che le seguenti proposizioni sono equivalenti

$\overline{(p \to q)} \wedge p$, $\overline{(p \to q) \vee \bar{p}}$.

15. Quando una proposizione è una tautologia? Quando una proposizione è una contraddizione?

16. Verifica che le seguenti proposizioni sono tautologie

A $(p \wedge q) \to q$

B $p \to (p \vee q)$

C $(p \to q) \vee (p \to \bar{q})$

D $(p \vee \bar{q}) \leftrightarrow \overline{\bar{p} \wedge q}$

17. Verifica che le seguenti proposizioni sono contraddizioni

A $(p \wedge q) \wedge \bar{p}$

B $\overline{p \to (q \to p)}$

18. Costruisci un circuito per ognuna delle seguenti proposizioni

A $p \wedge (q \vee r)$

B $(\bar{p} \to q) \vee \bar{p}$

C $(p \vee q) \wedge [(\bar{p} \wedge q) \vee q]$

19. Illustra la regola di deduzione "modus ponens", costruendo il relativo schema.

20. Illustra la regola di deduzione "modus tollens', costruendo il relativo schema.

21. Stabilisci se è valido il seguente ragionamento

Se non fa freddo, vado a scuola con la bicicletta.

Non fa freddo.

Vado a scuola con la bicicletta.

22. Considera il seguente ragionamento e stabilisci se è valido

Se due numeri naturali sono pari, allora la loro somma è pari.

La somma di due numeri naturali è pari.

I due numeri sono pari

23. Considera il seguente ragionamento

Se un quadrilatero è inscritto in una circonferenza, allora ha gli angoli opposti supplementari.

Un quadrilatero non ha gli angoli opposti supplementari

Il quadrilatero non è inscritto in una circonferenza.

Si tratta di un ragionamento valido?

24. Esamina il seguente ragionamento

Se prendo l'autobus, vado in piazza.

Se vado in piazza, incontro gli amici.

Non incontro gli amici.

Non prendo l'autobus.

Individua le proposizioni elementari che compaiono nelle precedenti proposizioni e costruisci il relativo schema di deduzione.

Si tratta di un ragionamento valido?

25. Considera il seguente ragionamento

Se Roberto resta a casa, non guarda la televisione.

Se Roberto non guarda la televisione, allora legge un libro.

Roberto resta a casa.

Roberto legge un libro.

Individua le proposizioni elementari che compaiono nelle precedenti proposizioni e costruisci il relativo schema di deduzione.

Si tratta di un ragionamento valido?

26. Che cos'è il "sillogismo ipotetico"? Descrivi il relativo schema di deduzione.

27. Sapendo che p e q indicano le seguenti proposizioni

p "essere due numeri razionali positivi";

q "essere due numeri razionali aventi somma positiva";

scrivi in forma simbolica le seguenti

r "essere due numeri razionali positivi è condizione sufficiente per essere due numeri razionali aventi somma positiva";

s "essere due numeri razionali positivi è condizione necessaria per essere due numeri razionali aventi somma positiva".

Quali delle proposizioni sopra descritte sono vere?

28. Sapendo che le proposizioni p e q sono

p "essere triangolo equiangolo";

q "essere triangolo equilatero";

scrivi in forma simbolica le seguenti

r "essere triangolo equilatero è condizione necessaria per essere triangolo equiangolo";

s "un triangolo è equiangolo se e solo se è equilatero".

29. Che cos'è una funzione proposizionale?

30. Individua le funzioni proposizionali

A La Sampdoria è una squadra di calcio;

B Una frazione è irriducibile;

C Un numero naturale x è il quadrato di un altro numero naturale;

D Il Tamigi è un fiume inglese.

31. Qual è la differenza tra il quantificatore esistenziale e il quantificatore universale?

32. Definisci che cosa sono il dominio e l'insieme di verità di una funzione proposizionale.

33. Esprimi le seguenti proposizioni con i quantificatori

A tutti i numeri interi positivi sono maggiori di 0;

B alcuni numeri naturali sono minori di 4;

C in biblioteca esistono libri di letteratura italiana;

D ogni quadrato è rettangolo.

34. Determina l'insieme di verità della seguente funzione proposizionale

$p(x)$ "$x+6<15$", avente per dominio l'insieme $D=\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$.