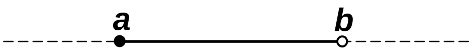
INSIEMI NUMERICI

Un **insieme numerico** è un insieme i cui elementi sono numeri reali.

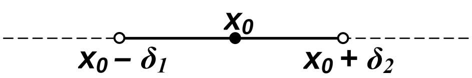
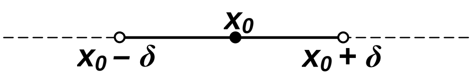
Esiste una corrispondenza biunivoca tra l'insieme dei numeri Reali e i punti di una retta r, cioè è possibile parlare indifferentemente di insieme numerico o di insieme dei punti della retta r.

L'insieme di tutti i numeri reali si chiama **continuo lineare** e si indica con la lettera R.

I principali insiemi numerici sono gli intervalli.

Intervalli limitati			
	Intervallo chiuso	$\{ x \in R \,/\, a \le x \le b \}$	$[a,b]$
	Intervallo aperto	$\{ x \in R \,/\, a < x < b \}$	$]a,b[$ oppure (a,b)
	Intervallo aperto a sinistra e chiuso a destra	$\{ x \in R \,/\, a < x \le b \}$	$]a,b]$ oppure $(a,b]$
	Intervallo chiuso a sinistra e aperto a destra	$\{ x \in R \,/\, a \le x < b \}$	$[a,b[$ oppure $[a,b)$

Intervalli illimitati			
	Intervallo chiuso illimitato superiormente	$\{ x \in R \,/\, x \ge a \}$	$[a,+\infty[$ oppure $[a,+\infty)$
	Intervallo aperto illimitato superiormente	$\{ x \in R \,/\, x > a \}$	$]a,+\infty[$ oppure $(a,+\infty)$
	Intervallo aperto a sinistra e chiuso a destra	$\{ x \in R \,/\, x \le a \}$	$]-\infty,a]$ oppure $(-\infty,a]$
	Intervallo chiuso a sinistra e aperto a destra	$\{ x \in R \,/\, x < a \}$	$]-\infty,a[$ oppure $(-\infty,a)$

Intorni e punti di accumulazione	
	Si chiama **intorno completo** di un punto x_0 un qualsiasi intervallo aperto $I(x_0)$ contenente x_0.
	Nel caso in cui **δ₁ = δ₂ = δ** l'intorno $I(x_0)$ è detto **intorno circolare** di x_0 con raggio **δ**.
Sia E un sottoinsieme di R e $c \in R$. Il punto c è un **punto di accumulazione** di E quando in ogni intorno di c ci sono infiniti punti di E.	
Un punto c, che non è di accumulazione per E, è detto **punto isolato** di E.	

Esempio 1 *Dato l'intervallo aperto* $(3,7)$, *tutti i punti dell'intervallo* $[3,7]$, *compreso gli estremi, sono di accumulazione.*

Esempio 2 *Dato* $E = \left\{ x \in N - \{0\} \,/\, x = \dfrac{1}{n} \right\}$. *Lo zero è l'unico punto di accumulazione per* E. *Tutti gli altri punti 1,* $\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{4}$, *ecc… sono tutti punti isolati.*

ESTREMO INFERIORE, ESTREMO SUPERIORE, MIN, MAX

Un sottoinsieme X dell'insieme dei numeri reali R si dice **limitato superiormente** se esiste un numero reale M tale che $x \leq M$ per ogni $x \in X$. Tale numero M si dice **maggiorante** dell'insieme X.

Un sottoinsieme X dell'insieme dei numeri reali R si dice **limitato inferiormente** se esiste un numero reale m tale che $m \leq x$ per ogni $x \in X$. Tale numero M si dice **minorante** dell'insieme X.

Un sottoinsieme X dell'insieme dei numeri reali R si dice **limitato** se è limitato sia superiormente sia inferiormente, cioè se e solo se esistono due numeri m ed M tali che $m \leq x \leq M$ per ogni $x \in X$.

Si dice che M è l'**estremo superiore** di un sottoinsieme X di numeri reali non vuoto e limitato superiormente, se M è il più piccolo dei maggioranti di X.

$$\boxed{[M = sup\, X] \Leftrightarrow \begin{bmatrix} M \geq x, & \forall x \in X \\ \forall \varepsilon > o & \exists x \in X \;\; t.c. \;\; M - \varepsilon < x \end{bmatrix}}$$

Si dice che m è l'**estremo inferiore** di un sottoinsieme X di numeri reali non vuoto e limitato superiormente, se m è il più grande dei minoranti di X.

$$\boxed{[m = inf\, X] \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m \leq x, & \forall x \in X \\ \forall \varepsilon > o & \exists x \in X \;\; t.c. \;\; m + \varepsilon > x \end{bmatrix}}$$

Se l'estremo superiore M di un insieme X è un numero reale che appartiene ad X stesso, si dice che M è il **massimo** di X.

$$\boxed{[M = max\, X] \Leftrightarrow \begin{bmatrix} M \geq x, & \forall x \in X \\ M \in X & \end{bmatrix}}$$

Se l'estremo inferiore m di un insieme X è un numero reale che appartiene ad X stesso, si dice che m è il **minimo** di X.

$$\boxed{[m = min\, X] \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m \leq x, & \forall x \in X \\ M \in X & \end{bmatrix}}$$