

# Calcolo mentale rapido

## Proprietà delle operazioni

Le tecniche di calcolo mentale rapido usano alcune proprietà delle operazioni.

Le principali proprietà utilizzate sono:

### Proprietà *commutativa*

dell'addizione

$$3 + 2 = 2 + 3$$

della moltiplicazione

$$3 \times 2 = 2 \times 3$$

### Proprietà *associativa*

dell'addizione

$$(2 + 3) + 7 = 2 + (3 + 7)$$

della moltiplicazione

$$(3 \times 2) \times 5 = 3 \times (2 \times 5)$$

### Proprietà *dissociativa*

dell'addizione

$$15 + 21 = 10 + 5 + 20 + 1$$

della moltiplicazione

$$8 \times 35 = 8 \times (5 \times 7)$$

### Proprietà *distributiva* della moltiplicazione

rispetto all'addizione

$$7 \times (10 + 3) = (7 \times 10) + (7 \times 3)$$

rispetto alla sottrazione

$$7 \times (20 - 3) = (7 \times 20) - (7 \times 3)$$

### Proprietà *invariantiva* della sottrazione

$$26 - 18 = (26 + 4) - (18 + 4)$$

$$26 - 18 = (26 - 6) - (18 - 6)$$

### Proprietà *invariantiva* della divisione

$$75 : 5 = (75 \times 2) : (5 \times 2)$$

$$96 : 6 = (96 : 3) : (6 : 3)$$

## Regola 1 – Addizionare o sottrarre usando le decine, le centinaia, ...

*Per addizionare (o sottrarre) due numeri, si aggiunge (o si sottrae) al più grande il più piccolo, dopo averlo scomposto in unità, decine, centinaia, ....*

Esempi

$$23 + 12 = (23 + 10) + 2 = 35$$

$$35 + 42 = (35 + 40) + 2 = 77$$

$$94 - 52 = (94 - 50) - 2 = 42$$

$$658 - 12 = (658 - 10) - 2 = 646$$

$$547 + 235 = (547 + 200) + 30 + 5 = 782$$

$$798 - 301 = (798 - 300) - 1 = 497$$

## Regola 2 – moltiplicare o dividere un numero per 10, per 100, per 1000

*Per moltiplicare un numero intero per 10, per 100, per 1000 basta aggiungere alla sua destra rispettivamente 1, 2, 3 zeri. Se il numero è decimale, allora si sposta la virgola di 1, 2, 3 posti verso destra.*

Esempi

$$35 \times 10 = 350$$

$$74 \times 100 = 7400$$

$$5,83 \times 10 = 58,3$$

$$27,32 \times 1000 = 27.320$$

*Per dividere un numero intero per 10, per 100, per 1000 basta eliminare alla sua destra rispettivamente 1, oppure 2, oppure 3 zeri. Se non ci sono zeri si sposta la virgola rispettivamente di 1, di 2, di 3 posti verso sinistra.*

Esempi

$$350 : 10 = 35$$

$$297 : 100 = 2,97$$

$$4 : 10 = 0,4$$

## Regola 3 – moltiplicare o dividere un numero per 2

*Per dividere un numero per 2 occorre calcolare la metà delle unità, delle decine, delle centinaia, ... e addizionare i risultati ottenuti.*

Esempi

$$76 : 2 = (70 : 2) + (6 : 2) = 35 + 3 = 38$$

$$58 : 2 = (50 : 2) + (8 : 2) = 25 + 4 = 29$$

*Per moltiplicare un numero per 2 occorre calcolare il doppio delle unità, delle decine, delle centinaia, ... e addizionare i risultati ottenuti.*

Esempi

$$83 \times 2 = (80 \times 2) + (3 \times 2) = 160 + 6 = 166$$

$$213 \times 2 = (200 \times 2) + (10 \times 2) + (3 \times 2) = 426$$

## Regola 4 – moltiplicare un numero per 1,5

*Per moltiplicare un numero per 1,5 occorre aggiungere al numero la sua metà.*

Esempi

$$28 \times 1,5 = 28 + 14 = 42$$

$$64 \times 1,5 = 64 + 32 = 96$$

$$7 \times 1,5 = 7 + 3,5 = 10,5$$

## Regola 5 – moltiplicare un numero per 4, per 8

*Per moltiplicare un numero per 4 basta moltiplicarlo due volte per 2.*

Esempi

$$26 \times 4 = (26 \times 2) \times 2 = 52 \times 2 = 104$$

$$41 \times 4 = (41 \times 2) \times 2 = 82 \times 2 = 164$$

*Per moltiplicare un numero per 8 basta moltiplicarlo tre volte per 2.*

Esempio

$$23 \times 8 = 23 \times 2 \times 2 \times 2 = 184$$

## Regola 6 – dividere un numero per 4

*Per dividere un numero per 4 basta dividerlo due volte per 2.*

Esempi

$$64 : 4 = (64 : 2) : 2 = 32 : 2 = 16$$

$$148 : 4 = (148 : 2) : 2 = 74 : 2 = 37$$

## Regola 7 – moltiplicare un numero per 5

*Per moltiplicare un numero per 5 occorre moltiplicarlo per 10 e dividere il risultato per 2.*

Esempi

$$18 \times 5 = (18 \times 10) : 2 = 90$$

$$86 \times 5 = (86 \times 10) : 2 = 430$$

## Regola 8 – dividere un numero per 5

*Per dividere un numero per 5 basta moltiplicare il numero per 2 e dividere il risultato per 10.*

Esempi

$$125 : 5 = (125 \times 2) : 10 = 250 : 10 = 25$$

$$43 : 5 = (43 \times 2) : 10 = 8,6$$

## Regola 9 – moltiplicare un numero per 20, per 30, ...

*Per moltiplicare un numero per 20 basta moltiplicarlo per 2 e moltiplicare il risultato per 10.*

*Per moltiplicare un numero per 30 basta moltiplicarlo per 3 e moltiplicare il risultato per 10.*

Esempi

$$23 \times 20 = (23 \times 2) \times 10 = 46 \times 10 = 460$$

$$32 \times 30 = (32 \times 3) \times 10 = 960$$

## Regola 10 – moltiplicare un numero per 9, per 19, ...

*Per moltiplicare un numero per 9 basta moltiplicarlo per 10 e sottrarre dal risultato il numero stesso.*

Esempi

$$13 \times 9 = (13 \times 10) - 13 = 130 - 13 = 117$$

$$25 \times 9 = (25 \times 10) - 25 = 250 - 25 = 225$$

*Per moltiplicare un numero per 19 basta moltiplicarlo per 20 e sottrarre dal risultato il numero stesso.*

Esempi

$$7 \times 19 = (7 \times 20) - 7 = 140 - 7 = 133$$

$$8 \times 19 = (8 \times 20) - 8 = 160 - 8 = 152$$

## Regola 11 – moltiplicare un numero per 11, per 21, ...

*Per moltiplicare un numero per 11 basta moltiplicarlo per 10 e aggiungere al risultato il numero stesso.*

Esempi

$$24 \times 11 = (24 \times 10) + 24 = 240 + 24 = 264$$

$$15 \times 11 = (15 \times 10) + 15 = 150 + 15 = 165$$

Oppure

*Per moltiplicare un numero di due cifre per 11 occorre inserire fra le due cifre che formano il numero la somma delle cifre. Nel caso in cui la somma delle due cifre sia superiore alla decina, è sufficiente aggiungere la prima cifra della somma alla prima cifra del numero originale e lasciare la seconda cifra della somma al centro delle due cifre del numero originale*

$$23 \cdot 11 = 2 (2 + 3) 3 = 253$$

$$29 \cdot 11 = 2 (2 + 9) 9 = 2 (11) 9 = 319$$

*Per moltiplicare un numero per 21 basta moltiplicarlo per 20 e aggiungere al risultato il numero stesso.*

Esempi

$$6 \times 21 = (6 \times 20) + 6 = 120 + 6 = 126$$

$$8 \times 21 = (8 \times 20) + 8 = 160 + 8 = 168$$

## Regola 12 – moltiplicare due numeri effettuando la scomposizione in fattori

*Per moltiplicare due numeri occorre scomporli in fattori opportuni e applicare le proprietà commutativa e associativa.*

Esempi

$$15 \times 16 = (5 \times 3) \times (2 \times 8) = (5 \times 2) \times (3 \times 8) = 10 \times 24 = 240$$

$$240 \times 35 = (2 \times 2 \times 6 \times 10) \times (7 \times 5) = (7 \times 6 \times 2) \times (2 \times 5) \times 10 = 42 \times 2 \times 10 \times 10 = 8400$$

$$18 \times 45 = (2 \times 9) \times (5 \times 9) = (9 \times 9) \times (2 \times 5) = 810$$

$$30 \times 20 = (3 \times 10) \times (2 \times 10) = (3 \times 2) \times (10 \times 10) = 600$$

## Regola 13 – Usare il valore posizionale delle cifre

*Per addizionare due numeri si possono addizionare separatamente le unità, le decine, le centinaia e poi fare il totale generale.*

Esempio

$$35 + 42 = (30 + 5) + (40 + 2) = (30 + 40) + 5 + 2 = 70 + 7 = 77$$

*Per moltiplicare due numeri si può usare la proprietà distributiva di  $\times$  rispetto a  $+$ .*

Esempio

$$8 \times 27 = 8 \times (20 + 7) = (8 \times 20) + (8 \times 7) = 160 + 56 = 216$$

## Regola 14

*Elevare al quadrato un numero che termina per 5.*

Per elevare al quadrato un numero che termina per 5 occorre moltiplicare la prima cifra per la cifra ad essa superiore seguito dal numero 25.

$$75^2 = 7 \cdot 8 (25) = 5625$$

$$105^2 = 10 \cdot 11 (25) = 11025$$

## Regola 15

*Regola del prodotto di due numeri compresi tra 10 e 20*

**17 x 18 = 306**

Si somma al secondo numero le unità del primo numero

Si moltiplica il numero ottenuto per 10

Ad esso si somma il prodotto delle cifre delle unità dei due numeri

Si ottiene così il risultato

$$\begin{array}{r} 7 + 18 \quad 25 \\ 250 \quad + \\ 7 \times 8 \quad 56 \\ \hline 306 \end{array}$$

**13 x 16 = 208**

Si somma al secondo numero le unità del primo numero

Si moltiplica il numero ottenuto per 10

Si somma poi il prodotto delle cifre delle unità dei due numeri

Si ottiene così il risultato

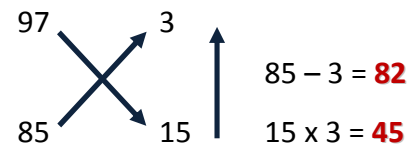
$$\begin{array}{r} 3 + 16 \quad 19 \\ 190 \quad + \\ 3 \times 6 \quad 18 \\ \hline 208 \end{array}$$

## Regola 16

*Prodotto fra due numeri di due cifre*

**97 x 85 =**

Il complemento a 100 del I° numero è:	$100 - 97 = 3$
Il complemento a 100 del II° numero è:	$100 - 85 = 15$
Il prodotto dei due complementi è:	$15 \times 3 = \mathbf{45}$
La differenza fra i numeri della diagonale principale e la differenza fra i numeri della diagonale secondaria è:	$97 - 15 = \mathbf{82}$
	$85 - 3 = \mathbf{82}$
Il risultato è:	<b>8245</b>



## Regola 17 – prodotto stimato

Una stima è un calcolo veloce e approssimato.

$$6,9 \times 7,11 =$$

*In questo caso, si approssimano i due numeri alle unità:  $6,9 \cong 7$  e  $7,11 \cong 7$ .*

Pertanto:  $6,9 \times 7,11 =$  circa  $7 \times 7 = 49$  (mentre il risultato esatto è 49,059)

*Una variante della tecnica precedente è quella di arrotondare i numeri a 1 oppure 2 cifre significative e poi utilizzare le normali regole di calcolo*

Esempi

$$412 \times 783 = \text{circa } 400 \times 800 = 320.000 \text{ (il risultato esatto è } 322.596)$$

$$148.978 \times 52.126 = \text{circa } 150.000 \times 52.000 = 7.800.000.000 \text{ (il valore esatto è } 7.765.627.228)$$