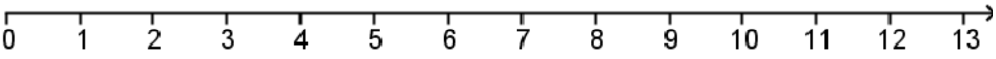
NUMERI NATURALI **N**

I numeri naturali sono: $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \ \ ...$

L'insieme dei numeri naturali è indicato con la lettera **N**. Si ha cioè: $\mathrm{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ \ ...\}$.

L'insieme dei naturali privato dello zero è indicato con N_0 .

L'insieme dei numeri naturali può essere rappresentato su una semiretta orientata.



Se due numeri naturali a e b occupano la stessa posizione nella rappresentazione sulla semiretta si dice che sono uguali e si scrive $a = b$.

Se il numero a precede il numero b si dice che a è minore di b , e si scrive $a < b$.

Se il numero a segue il numero b si dice che a è maggiore di b , e si scrive $a > b$.

Il simbolo $\geq$ si legge *maggiore o uguale*.

Il simbolo $\leq$ si legge *minore o uguale*.

SIMBOLOGIA E SIGNIFICATO

Notazione	Significato
$a = b$	a è uguale a b
$a < b$	a è minore di b
$a \leq b$	a è minore o uguale a b
$a > b$	a è maggiore di b
$a \geq b$	a è maggiore o uguale a b
$a < x < b$	x è compreso fra a e b *oppure* x è maggiore di a ed è minore di b
$a \leq x \leq b$	x è maggiore o uguale ad a ed è minore o uguale a b
$a < x \leq b$	x è maggiore di a ed è minore o uguale a b
$a \leq x < b$	x è maggiore o uguale ad a ed è minore di b

PROPRIETÀ DEI NUMERI NATURALI

Ogni numero naturale ha uno e un solo successivo.

Ogni numero naturale, escluso lo zero, ha uno e un solo precedente.

L'insieme dei numeri naturali è **infinito**. Il che vuol dire che:

"Preso un qualunque numero naturale n, esiste sempre uno maggiore: il suo successivo".

L'insieme dei numeri naturali è un insieme **ordinato**. Il che vuol dire che:

"Dati due numeri naturali è sempre possibile stabilire se l'uno è minore, uguale o maggiore dell'altro".

L'insieme dei numeri naturali è un insieme **discreto**. Il che vuol dire che:

"Tra due numeri naturali n e p , non successivi, c'è un numero finito di numeri naturali".

OPERAZIONI CON I NUMERI NATURALI

Operazione	1° Operando	2° Operando	Risultato	Esempio
Addizione	Addendo	Addendo	Somma	$3 + 2 = 5$
Moltiplicazione	Fattore	Fattore	Prodotto	$3 \cdot 2 = 6$
Sottrazione	Minuendo	Sottraendo	Differenza	$3 - 2 = 1$
Divisione	Dividendo	Divisore	Quoziente	$6 : 3 = 2$

PROPRIETÀ DELL'ADDIZIONE

L'addizione è un'operazione interna all'insieme dei numeri naturali. *(La somma di due numeri naturali qualsiasi è sempre un numero naturale)*	
$\forall\, x , y \ \in N \qquad x + y \in N$	$2 + 3 = 5 \ \in N$

Commutativa Scambiando l'ordine degli addendi la somma non cambia.	
$a + b = b + a$	$2 + 3 = 3 + 2$

Associativa La somma di tre numeri non cambia se si associano diversamente gli addendi, lasciando invariato il loro ordine.	
$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5)$

Elemento neutro	
$a + 0 = 0 + a = a$	$3 + 0 = 0 + 3 = 3$

Cancellazione	
$a + b = a + c \qquad \Leftrightarrow \qquad b = c$	$3 + n = 3 + 5 \qquad \Leftrightarrow \qquad n = 5$

PROPRIETÀ DELLA MOLTIPLICAZIONE

La moltiplicazione è un'operazione interna all'insieme dei numeri naturali (ovvero il prodotto di due numeri naturali qualsiasi è sempre un numero naturale).	
$\forall\, x , y \ \in N \qquad x \cdot y \in N$	$3 \cdot 2 = 6 \ \in N$

Commutativa Scambiando l'ordine degli fattori il prodotto non cambia.	
$a \cdot b = b \cdot a$	$2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$

Associativa Il prodotto di tre numeri non cambia se si associano diversamente i fattori, lasciando invariato il loro ordine.	
$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	$(2 \cdot 3) \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5)$

Elemento neutro	
$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$	$3 \cdot 1 = 1 \cdot 3 = 3$

Distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione		
a sinistra	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$2 \cdot (5 + 3) = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3$
a destra	$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$	$(5 + 3) \cdot 2 = 5 \cdot 2 + 3 \cdot 2$

Distributiva della moltiplicazione rispetto alla sottrazione		
a sinistra	$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$	$2 \cdot (5 - 3) = 2 \cdot 5 - 2 \cdot 3$
a destra	$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$	$(5 - 3) \cdot 2 = 5 \cdot 2 - 3 \cdot 2$

Legge dell'annullamento del prodotto
$a \cdot b = 0 \qquad se\ e\ solo\ se \qquad (\, a = 0 \ \ oppure \ \ b = 0\,)$

Cancellazione	
Se $\ a \cdot b = a \cdot c\ $ e $\ a \neq 0 \qquad \Rightarrow \qquad b = c$	$3 \cdot n = 3 \cdot 5 \qquad \Rightarrow \qquad n = 5$

PROPRIETÀ DELLA SOTTRAZIONE

La sottrazione non è un'operazione interna all'insieme dei numeri naturali. *(la differenza di due numeri naturali qualsiasi non è sempre un numero naturale)*	
Non è vero che $\forall\, x\,, y\ \in N \quad x - y \in N$	$3 - 5$ non è eseguibile in **N**
Non è commutativa	
$a - b \neq b - a$	$5 - 3 \neq 3 - 5$
Non è associativa	
$(a - b) - c \neq a - (b - c)$	$(10 - 6) - 2 \neq 10 - (6 - 2)$
Invariantiva La differenza tra due numeri naturali non cambia se ad entrambi si aggiunge o si sottrae uno stesso numero *(purché la sottrazione sia possibile in N)*	
$a - b = (a + x) - (b + x)$ $a - b = (a - x) - (b - x)$	$5 - 3 = (5 + 2) - (3 + 2)$ $7 - 4 = (7 - 2) - (4 - 2)$

PROPRIETÀ DELLA DIVISIONE

PROPRIETÀ		ESEMPI
La divisione non è un'operazione interna all'insieme dei numeri naturali. *(la divisione di due numeri naturali qualsiasi non è sempre un numero naturale).*		
Non è vero che $\forall\, x\,, y\ \in N \quad x : y \in N$		$3 : 5$ non è eseguibile in **N**
Non è commutativa		
$a : b \neq b : a$		$4 : 2 \neq 2 : 4$
Non è associativa		
$(a : b) : c \ \neq\ a : (b : c)$		$(12 : 6) : 2 \ \neq\ 12 : (6 : 2)$
Distributiva della divisione rispetto all'addizione		
a sinistra **NO**	$a : (b + c) \neq a : b + a : c$	$30 : (3 + 2) = 30 : 3 + 30 : 2$
a destra **SI**	$(a + b) : c = a : c + b : c$	$(6 + 4) : 2 = 6 : 2 + 4 : 2$
Distributiva della divisione rispetto alla sottrazione		
a sinistra **NO**	$a : (b - c) \neq a : b - a : c$	$24 : (6 - 4) = 24 : 6 - 24 : 4$
a destra **SI**	$(a - b) : c = a : c - b : c$	$(6 - 4) : 2 = 6 : 2 - 4 : 2$
Invariantiva Il quoziente di due numeri naturali non cambia se il dividendo e il divisore vengono moltiplicati o divisi per uno stesso numero *(purché la divisione sia possibile in N)* .		
$a : b = (a \cdot x) : (b \cdot x)$ $a : b = (a : x) : (b : x)$		$20 : 4 \ =\ (20 \cdot 5) : (4 \cdot 5)$ $20 : 4 \ =\ (20 : 2) : (4 : 2)$
Divisione in cui compare il numero zero La divisione in cui il dividendo è zero e il divisore è diverso da zero è uguale a zero.		
$\forall\, \boldsymbol{n} \in \boldsymbol{N} - \{\boldsymbol{0}\} \qquad \boldsymbol{0 : n = 0}$		$\boldsymbol{0 : 3 = 0}$ *perchè* $\boldsymbol{0 \cdot 3 = 0}$
La divisione in cui il divisore è zero e il dividendo è diverso da zero è impossibile.		$\boldsymbol{3 : 0}$ **impossibile** *perchè* $\nexists\, n \in N \ / \ n \cdot 0 = 3$
La divisione in cui il divisore e il dividendo sono entrambi nulli è una forma indeterminata.		$\boldsymbol{0 : 0}$ **forma indeterminata** *Inf perchè* $\forall n \in N \quad n \cdot 0 = 0$

POTENZA

Dati due numeri naturali a e n, la potenza di base a ed esponente n è il prodotto di n fattori uguali ad a. In simboli: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \; a}_{n \; volte}$.

Esempio: $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$.

PROPRIETÀ DELLE POTENZE

Prodotto di potenze di uguale base	
$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$	$2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3}$

Quoziente di potenze di uguale base	
$a^x : a^y = a^{x-y}$	$2^7 : 2^3 = 2^{7-3}$

Prodotto di potenze di uguale esponente	
$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$	$2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3$

Quoziente di potenze di uguale esponente	
$a^x : b^x = (a : b)^x$	$6^5 : 3^5 : (6 : 3)^5$

Potenza di una potenza	
$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$	$(2^3)^5 = 2^{3 \cdot 5}$

Casi particolari	
$a^1 = a$	$3^1 = 3$
$\forall a \neq 0 \quad a^0 = 1$ *Infatti* $1 = a^5 : a^5 = a^{5-5} = a^0$	$3^0 = 1$
$\forall \, n \in N - \{0\} \qquad 0^n = 0$	$0^3 = 0$
L’espressione 0^0 non è definita.	

TABELLINA PITAGORICA

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

ESPRESSIONI NUMERICHE

Un'espressione numerica è una scrittura in cui compaiono numeri naturali legati fra loro dalle operazioni di addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione ed elevamento a potenza.

Esempio

$$\{[(2+4\cdot 8):17+(48+3\cdot 2^5:2^3)-(35-24:3)-11]+(24-2\cdot 2^3)-2\}:10$$

Per risolvere un'espressione numerica occorre rispettare il seguente ordine di svolgimento delle operazioni:

1. Se non ci sono parentesi occorre:
    a. applicare le proprietà delle potenze
    b. calcolare le potenze
    c. eseguire moltiplicazioni e divisioni nell'ordine in cui compaiono
    d. eseguire addizioni e sottrazioni nell'ordine in cui compaiono
2. Se ci sono parentesi occorre effettuare i calcoli nelle parentesi più interne (generalmente quelle tonde) e poi le operazioni nelle parentesi più esterne (generalmente quadre e graffe) rispettando l'ordine delle operazioni visto al punto 1.

Esempio

$\{[(2+4\cdot 8):17+(48+3\cdot 2^5:2^3)-(35-24:3)-11]+(24-2\cdot 2^3)-2\}:10 =$

$= \{[(2+32):17+(48+3\cdot 2^{5-3})-(35-8)-11]+(24-2^{1+3})-2\}:10 =$

$= \{[34:17+(48+3\cdot 4)-27-11]+(24-16)-2\}:10 =$

$= \{[34:17+(48+12)-27-11]+8-2\}:10 =$

$= \{[34:17+60-27-11]+8-2\}:10 =$

$= \{[2+60-27-11]+8-2\}:10 =$

è un errore fare $2+60-27-11 = 62-16=46$ anziché 24

$= \{[62-27-11]+8-2\}:10 =$

$= \{[35-11]+8-2\}:10 =$

$= \{24+8-2\}:10 =$

$= \{32-2\}:10 =$

$= 30:10 =$

$= 3$.

MULTIPLI E DIVISORI

Un numero naturale è **multiplo** di un altro se la divisione del primo per il secondo ha come resto zero.

Per ottenere gli infiniti multipli di un numero naturale diverso da zero è sufficiente moltiplicare tale numero per tutti gli altri numeri naturali: 0, 1, 2, . . .

Zero ha come unico multiplo se stesso.

Un numero naturale diverso da zero è **divisore** di un altro numero naturale se la divisione fra quest'ultimo e il numero dato ha come resto zero.

Esempio

12 è multiplo di 4. 4 è divisore di 12.

CRITERI DI DIVISIBILITÀ

Un numero è divisibile per **2** se termina con zero o con cifra pari.

Un numero è divisibile per 3 se la somma delle sue cifre è 3 o un multiplo di 3.

Un numero è divisibile per 4 se le ultime due cifre sono 00 oppure formano un numero multiplo di 4.

Un numero è divisibile per 5 se la sua ultima cifra è 0 o 5.

Un numero è divisibile per 6 se è contemporaneamente divisibile per 2 e per 3.

Un numero con più di due cifre è divisibile per 7 se la differenza del numero ottenuto escludendo la cifra delle unità e il doppio della cifra delle unità è 0, 7 o un multiplo di 7.

Esempio

95676 *è divisibile per* 7 *se lo è il numero* $9567 - 2 \cdot 6 = 9555$ *;*

9555 *è divisibile per* 7 *se lo è il numero* $955 - 2 \cdot 5 = 945$ *;*

945 *è divisibile per* 7 *se lo è il numero* $94 - 2 \cdot 5 = 84$ *;*

84 *è divisibile per* 7, *dunque anche il numero* 95676 *è divisibile per* 7 .

Un numero è divisibile per 8 se termina con tre zeri o se è divisibile per 8 il numero formato dalle sue ultime 3 cifre.

Un numero è divisibile per 9 se la somma delle sue cifre è 9 o un multiplo di 9 .

Un numero è divisibile per 10 se la sua ultima cifra è 0 .

Un numero è divisibile per 11 se la differenza (presa in valore assoluto), fra la somma delle cifre di posto pari e la somma delle cifre di posto dispari, è 0, 11 o un multiplo di 11 .

Esempio

625834 *è divisibile per 11 in quanto* $(2+8+4)-(6+5+3)=14-14=0$ *.*

Un numero è divisibile per 12 se è contemporaneamente divisibile per 3 e per 4 .

Un numero con più di due cifre è divisibile per 13 se la somma del quadruplo della cifra delle unità con il numero formato dalle rimanenti cifre è 0, 13 o un multiplo di 13 .

Esempio

7306 è divisibile per 13 se lo è il numero $730 + 4 \cdot 6 = 754$;

754 è divisibile per 13 in quanto $75 + 4 \cdot 4 = 91$ è multiplo di 13 .

Un numero con più di due cifre è divisibile per 17 se la differenza (presa in valore assoluto), fra il numero ottenuto eliminando la cifra delle unità e il quintuplo della cifra delle unità è 0, 17 o un multiplo di 17.

Esempio

2584 *è divisibile per* 17 *se lo è il numero* $258 - 5 * 4 = 238$ *;*

238 *è divisibile per* 17 *se lo è il numero* $23 - 5 * 8 = 17$.

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI

Un numero naturale maggiore di 1 si dice **primo** se è divisibile soltanto per 1 e per se stesso.

I numeri primi sono: $2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ 29,\ 31,\ 37,\ 41,\ 43,\ 47,\ 53,\ 59,\ \ldots$

Un numero naturale si dice **composto** se è divisibile oltre che per 1 e per se stesso, anche per altri numeri.

Due numeri a e b si dicono **primi tra loro** se il loro $M.C.D(a, b) = 1$

Esempi

4 e 9 sono due numeri primi tra loro.

12 è un numero composto, perché è divisibile oltre che per 1 e per se stesso, anche per 2, 3, 4 e 6.

Teorema

Esistono infiniti numeri primi.

Teorema fondamentale dell'algebra

Ogni numero naturale maggiore di 1 o è primo, oppure può scriversi in un unico modo come prodotto di numeri primi.

Per scomporre un numero in fattori primi occorre:

1. dividere il numero per il più piccolo numero primo che sia suo divisore
2. dividere il risultato ottenuto sempre per il suo più piccolo divisore primo
3. dividere il risultato ottenuto sempre per il suo più piccolo divisore primo fino ad ottenere 1.

Esempi

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2\cdot 5 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \\ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 600 & 2\cdot 5 \\ 60 & 2\cdot 5 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$40 = 2^3 \cdot 5 \qquad 84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \qquad 600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$$

Massimo comun divisore

Il M.C.D. di due o più numeri naturali si ottiene prendendo (dalla scomposizione dei numeri in fattori primi) i fattori primi comuni, una sola volta, con il minimo esponente.

Esempio $\quad M.C.D.\ (40\ ;\ 84\ ;\ 600) = 2^2$.

Minimo comune multiplo

Il m.c.m. di due o più numeri naturali si ottiene prendendo (dalla scomposizione dei numeri in fattori primi) i fattori comuni e non comuni, una sola volta, con il massimo esponente.

Esempio $\quad m.c.m.\ (40\ ;\ 84\ ;\ 600) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$.

Relazione fra il M.C.D. e il m.c.m.

$M.C.D.(a\ ;\ b)\ \cdot\ m.c.m.(a\ ;\ b)\ =\ a \cdot b$.

Esempio

$M.C.D.(4\ ;\ 6) = 2 \qquad m.c.m.(4\ ;\ 6) = 12 \qquad 2\ \cdot\ 12 = 4 \cdot 6$.

Algoritmo di Euclide per il calcolo del M.C.D. utilizzando la divisione

L'algoritmo di Euclide per calcolare il M.C.D. di due numeri a e b con $a > b$ è il seguente:

1. si calcola il resto r_1 della divisione intera tra a e b
2. se il resto r_1 è zero il M.C.D. è b, altrimenti si procede con il passaggio 3
3. si calcola il resto r_2 della divisione intera tra b ed r_1
4. se il resto r_2 è zero il M.C.D. è r_1, altrimenti si procede con il passaggio 4
5. si ripete sempre lo stesso ciclo, calcolando il resto r_i della divisione in cui il dividendo è uguale al divisore della divisione precedente, mentre il divisore è il resto ottenuto al passo precedente
6. Il procedimento termina quando si ottiene un resto uguale a zero. L'ultimo resto diverso da zero è il M.C.D. tra a e b .

Esempio

$M.C.D.(96\,;\ 36) = 12$

Ultimo resto diverso da zero

Passo	Dividendo	Divisore	Resto
1	96	36	24
2	36	24	12
3	24	12	0

Esempio

$$m.c.m.(96\,;\ 36) = \frac{96 \cdot 36}{12} = 288\ .$$

Traduzione in Java del M.C.D. di Euclide (divisioni successive)

```
import system.IO;

class mcdDivisioni
{

        public static void main (String args[])
                {

                int numero1, numero2, temporaneo;
                int mcd = 1;
                boolean trovato = false;


        /* INPUT */

                System.out.println("M.C.D.");

                System.out.print("Introduci il primo numero: ");
                numero1 = IO.in.readInt();
                System.out.println("");

                System.out.print("Introduci il secondo numero: ");
                numero2 = IO.in.readInt();


        /* ELABORAZIONE */

                while (numero1 != 0)            // finché numero1 ≠ 0            {
                        if (numero1 < numero2)
                                {
                                temporaneo = numero1;           // scambia i numeri
                                numero1    = numero2;
                                numero2    = temporaneo;
                                }
                        numero1 = numero1 % numero2;
// resto della divisione fra numero1 e numero2
                        }
                mcd = numero2;


        /* OUTPUT */

                System.out.println("");
                System.out.println("Il M.C.D. = "+mcd);

        }
}
```

Per determinare il M.C.D. fra due numeri naturali m e n si può sfruttare il seguente teorema.

TEOREMA

Supposto $m \geq n$, se m e n hanno un divisore d comune, d è divisore anche di $m - n$.

<u>*Dimostrazione*</u>

Poiché d è divisore sia di m che di n si ha che $m = kd$ e $n = hd$

La differenza $m - n$ è allora: $m - n = kd - hd$

Raccogliendo il fattore d si ottiene $m - n = d(k - h)$.

Si deduce che anche $m - n$ ha d come divisore.

Pertanto i divisori comuni a m e n sono comuni anche a $m - n$ e n.

Cioè: $M.C.D.(m,n) = M.C.D.(m-n,n)$.

Si può allora determinare il M.C.D. fra due numeri per sottrazioni successive.

L'algoritmo è il seguente:

- si confrontano i due numeri, se il primo è minore del secondo si scambiano
- si esegue la sottrazione fra i due numeri
- si confronta poi il secondo numero con la differenza, se è necessario si scambiano
- si esegue la sottrazione fra i due numeri
- Si prosegue in questo modo fino ad ottenere una sequenza di numeri *(sempre più piccoli)* che hanno il medesimo M.C.D.
- Così facendo si giunge a 0, e a questo punto, essendo $M.C.D.(0,n) = n$, si conclude che il numero precedente è il $M.C.D.$ cercato.

Nota

Per effettuare lo scambio dei numeri m e n occorre una terza variabile.

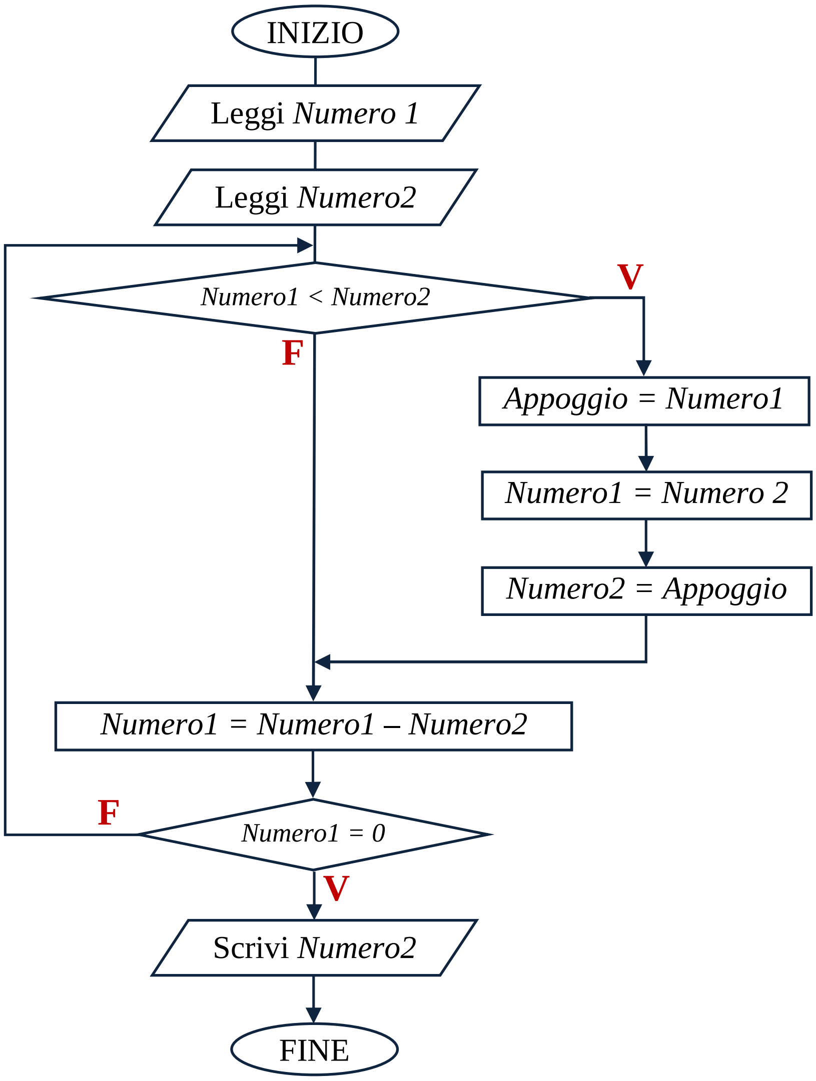
M.C.D. di Euclide (Sottrazioni successive)

Pseudolinguaggio

n°	Istruzione
1	INIZIO
2	Leggi *Numero1*
3	Leggi *Numero2*
4	*Ripeti*
5	*Se* Numero1 < Numero2 *Allora*
6	*Inizio*
7	Appoggio = Numero1
8	Numero1 = Numero2
9	Numero2 = Appoggio
10	*Fine*
11	Numero1 = Numero1 - Numero2
12	*Finchè* *Numero1 = 0*
13	*M.C.D. = Numero2*
14	Scrivi *M.C.D.*
15	FINE

Trace table (Input: Dividendo =6 ; Divisore=15)

n°	Test Se	Test Finchè	Numero1	Numero2	Appoggio	M.C.D.
1						
2			6			
3				15		
5	Vero					
7					6	
8			15			
9				6		
11			15 – 6 = 9			
12		Falso				
5	Falso					
11			9 – 6 = 3			
12		Falso				
5	Vero					
7					3	
8			6			
9				3		
11			6 – 3 = 3			
12		Falso				
5	Falso					
11			3 – 3 = 0			
12		Vero				
13						3
14						**3**
15	Fine					



```
Private Sub CommandButton1_Click()

'Dichiariazione delle variabili
Dim numero1, numero2, appoggio, MCD As Integer

'INPUT
numero1 = InputBox("Primo numero", "M.C.D. fra due numeri")
numero2 = InputBox("Secondo numero", "M.C.D. fra due numeri")

'Elaborazione
Do
   If numero1 < numero2 Then
      appoggio = numero1
      numero1 = numero2
      numero2 = appoggio
   End If
   numero1 = numero1 - numero2
Loop Until numero1 = 0

MCD = numero2

'Output
MsgBox MCD, vbOKCancel, "Il M.C.D. dei numeri inseriti è"

End Sub
```