

Nella risoluzione delle equazioni occorre distinguere i seguenti casi:

1° Tipo - Un solo valore assoluto

$$|f(x)| = g(x) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases} \cup \begin{cases} f(x) < 0 \\ -f(x) = g(x) \end{cases}$$

$$|f(x)| = k \quad (\text{con } k > 0) \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = k \cup -f(x) = k$$

$$|f(x)| = k \quad (\text{con } k < 0) \quad \Leftrightarrow \quad \text{N.S.R.}$$

*Esempio 1*

$$|x-3| = 2x-8 \quad \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-3 = 2x-8 \end{cases} \cup \begin{cases} x-3 < 0 \\ -(x-3) = 2x-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x = 5 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x < 3 \\ x = \frac{11}{3} \end{cases}$$

La soluzione è soltanto  $x = 5$ .

*Esempio 2*

$$|2-x| = 5; \quad 2-x=5 \cup -(2-x)=5; \quad x=-3 \cup x=7.$$

*Esempio 3*

$$|2-x| = -5 \quad \text{N.S.R.}$$

## II °Tipo - Due o più valori assoluti

Occorre determinare dapprima i segni dei valori assoluti che figurano nell'equazione. Dall'esame dei segni si studiano i vari casi. Si esaminino i seguenti esempi.

### Esempio 1

$$|x+1| + |4-2x| = 6$$

Si studiano i segni delle espressioni in valore assoluto :

$$\begin{array}{l} x+1 \geq 0 \quad x \geq -1 \\ 4-2x \geq 0 \quad x \leq 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{---} \quad - \quad -1 \quad + \quad 2 \quad + \quad \text{---} \\ | \quad | \quad | \quad | \quad | \\ \text{---} \quad + \quad + \quad + \quad - \quad \text{---} \\ | \quad | \quad | \quad | \quad | \end{array}$$

Dall'esame dei segni si ottengono tre sistemi :

$$\begin{cases} x < -1 \\ -(x+1) + (4-2x) = 6 \end{cases} \quad U \quad \begin{cases} -1 \leq x \leq 2 \\ (x+1) + (4-2x) = 6 \end{cases} \quad U \quad \begin{cases} x > 2 \\ (x+1) - (4-2x) = 6 \end{cases}$$

$$\text{cioè:} \quad \emptyset \quad U \quad x = -1 \quad U \quad x = 3.$$

Le soluzioni pertanto sono:  $x = -1$  e  $x = 3$ .

### Esempio 2

$$|x+1| + |5-2x| = 6$$

Si studiano i segni delle espressioni in valore assoluto :

$$\begin{array}{l} x+1 \geq 0; \quad x \geq -1 \\ 5-2x \geq 0; \quad x \leq \frac{5}{2} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{---} \quad - \quad -1 \quad + \quad \frac{5}{2} \quad + \quad \text{---} \\ | \quad | \quad | \quad | \quad | \\ \text{---} \quad + \quad + \quad + \quad - \quad \text{---} \\ | \quad | \quad | \quad | \quad | \end{array}$$

Dall'esame dei segni si ottengono i tre sistemi:

$$\begin{cases} x < -1 \\ -(x+1) + (5-2x) = 6 \end{cases} \quad U \quad \begin{cases} -1 \leq x \leq \frac{5}{2} \\ (x+1) + (5-2x) = 6 \end{cases} \quad U \quad \begin{cases} x > \frac{5}{2} \\ (x+1) - (5-2x) = 6 \end{cases}$$

$$\text{cioè:} \quad \emptyset \quad U \quad x = 0 \quad U \quad x = \frac{10}{3}$$

Le soluzioni pertanto sono:  $x = 0$  e  $x = \frac{10}{3}$ .