

EQUAZIONI DI II GRADO PARAMETRICHE CONDIZIONATE

Teoria

Per risolvere un'equazione parametrica di II° grado, vincolata da condizioni, occorre:

1. Trasformare l'equazione nella sua forma canonica $ax^2 + bx + c = 0$
2. Applicare le condizioni sotto indicate:

N	Tipologia delle radici	Condizione da imporre
1	Una sola soluzione (Equazione di I° grado)	$a = 0$
2	Radici opposte (Equazione pura)	$b = 0$
3	Una radice uguale a zero (Equazione spuria)	$c = 0$
4	Radici reali e distinte	$\Delta > 0$
5	Radici reali	$\Delta \geq 0$
6	Radici reali e coincidenti	$\Delta = 0$
7	Radici complesse	$\Delta < 0$
8	Una radice uguale a 5	$x_1 = 5$ Sostituire $x = 5$ nell'equazione
9	Somma delle radici	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
10	Prodotto delle radici	$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
11	Radici reciproche	$x_1 = \frac{1}{x_2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{c}{a} = 1$
12	Radici antireciproche	$x_1 = -\frac{1}{x_2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{c}{a} = -1$
13	Differenza delle radici	$x_1 - x_2 = \frac{\mp\sqrt{\Delta}}{a}$
14	Somma dei quadrati delle radici	$x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$
15	Somma dei cubi delle radici	$x_1^3 + x_2^3 = \frac{3abc - b^3}{a^3}$
16	Somma dei reciproci delle radici	$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c} \quad \text{con } c \neq 0$
17	Somma dei quadrati dei reciproci delle radici	$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2} \quad \text{con } c \neq 0$
18	Somma dei cubi dei reciproci delle radici	$\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = \frac{3abc - b^3}{c^3} \quad \text{con } c \neq 0$

Dimostrazione 2

$$x_1 = -x_2; \quad x_1 + x_2 = 0; \quad -\frac{b}{a} = 0; \quad b = 0$$

Dimostrazione 9

$$x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b - \sqrt{\Delta} - b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}.$$

Dimostrazione 10

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}.$$

Dimostrazione 11

$$x_1 = \frac{1}{x_2}; \quad x_1 \cdot x_2 = 1; \quad \frac{c}{a} = 1.$$

Dimostrazione 12

$$x_1 = -\frac{1}{x_2}; \quad x_1 \cdot x_2 = -1; \quad \frac{c}{a} = -1.$$

Dimostrazione 13

$$x_1 - x_2 = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta} + b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\pm 2\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\pm \sqrt{\Delta}}{a}.$$

Dimostrazione 14

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2 \cdot \frac{c}{a} = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}.$$

Dimostrazione 15

$$\begin{aligned} x_1^3 + x_2^3 &= (x_1 + x_2)^3 - 3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = \\ &= \left(-\frac{b}{a}\right)^3 - 3 \cdot \frac{c}{a} \cdot \left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b^3}{a^3} + \frac{3bc}{a^2} = \frac{3abc - b^3}{a^3}. \end{aligned}$$

Dimostrazione 16

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{c} = -\frac{b}{c}.$$

Dimostrazione 17

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1^2 \cdot x_2^2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{(x_1 \cdot x_2)^2} = \frac{\frac{b^2 - 2ac}{a^2}}{\left(\frac{c}{a}\right)^2} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2} \cdot \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}$$

Dimostrazione 18

$$\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = \frac{x_2^3 + x_1^3}{x_1^3 \cdot x_2^3} = \frac{x_2^3 + x_1^3}{(x_1 \cdot x_2)^3} = \frac{\frac{3abc - b^3}{a^3}}{\left(\frac{c}{a}\right)^3} = \frac{3abc - b^3}{a^3} \cdot \frac{a^3}{c^3} = \frac{3abc - b^3}{c^3}$$

EQUAZIONI DI II GRADO PARAMETRICHE CONDIZIONATE

Esempi

Esempio 1

Determina per quali valori di k le soluzioni dell'equazione $(k - 2)x^2 - 2x + 3 = 0$, con $k \neq 2$:

- sono reali ed una uguale a 5;
- sono reali e la loro somma è 1;
- sono reali e antireciproche.

Soluzione

Determiniamo le condizioni di realtà delle soluzioni:

$$\frac{\Delta}{4} \geq 0; \quad \left(\frac{B}{2}\right)^2 - A \cdot C \geq 0; \quad \left(\frac{-2}{2}\right)^2 - (k-2) \cdot 3 \geq 0; \quad 1 - 3k + 6 \geq 0; \quad 3k \leq 7; \quad k \leq \frac{7}{3}.$$

a. *Imponiamo che $x = 5$ sia soluzione dell'equazione:*

$$(k - 2) \cdot 5^2 - 2 \cdot 5 + 3 = 0;$$

$$(k - 2) \cdot 25 - 10 + 3 = 0;$$

$$25k - 50 - 10 + 3 = 0; \quad 25k = 57; \quad k = \frac{57}{25};$$

Valore accettabile perché rientra nelle condizioni di realtà delle soluzioni precedentemente determinate.

b. $x_1 + x_2 = 1$

Dalla relazione: $x_1 + x_2 = -\frac{B}{A}$ si ha: $-\frac{B}{A} = 1$;

$$-\frac{-2}{k-2} = 1; \quad \frac{2}{k-2} = 1; \quad 2 = k - 2; \quad k = 4 \text{ Non accettabile.}$$

Tale valore non è accettabile per le condizioni di realtà delle soluzioni precedentemente determinate: $k \leq \frac{7}{3}$.

Non esiste pertanto alcun valore di k per cui le soluzioni sono reali e hanno somma 1.

c. $x_1 = -\frac{1}{x_2}$

La relazione: $x_1 = -\frac{1}{x_2}$ equivale a $x_1 \cdot x_2 = -1$; cioè: $\frac{C}{A} = -1$

Sostituendo si ha: $\frac{3}{k-2} = -1$; $3 = -k + 2$; $k = -1$ Accettabile.

Valore accettabile perché rientra nelle condizioni di realtà delle soluzioni precedentemente determinate.

Verifica quesito a

$$\left(\frac{57}{25} - 2\right)x^2 - 2x + 3 = 0; \quad \frac{7}{25}x^2 - 2x + 3 = 0; \quad 7x^2 - 50x + 75 = 0;$$

$$\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = \left(\frac{-50}{2}\right)^2 - 7 \cdot 75 = 625 - 525 = 100;$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \mp \sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a} = \frac{25 \mp \sqrt{100}}{7} = \begin{matrix} x_1 = \frac{25 - 10}{7} = \frac{15}{7} \\ x_2 = \frac{25 + 10}{7} = \frac{35}{7} = 5. \end{matrix}$$

Esempio 2

Determina per quali valori di k le soluzioni dell'equazione $x^2 - kx - 2 = 0$:

- sono reali ed opposte;
- sono reali e la somma dei loro quadrati è 13;
- sono reali e la somma dei loro reciproci è uguale a -2 .

Soluzione

Determiniamo le condizioni di realtà delle soluzioni:

$$\Delta \geq 0; \quad (B)^2 - 4 \cdot A \cdot C \geq 0; \quad (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) \geq 0; \quad k^2 + 8 \geq 0; \quad \forall k \in \mathbf{R}.$$

a. le soluzioni sono opposte quando $\mathbf{b = 0}$, cioè: $-k = 0$; $\mathbf{k = 0}$.

Valore accettabile perché rientra nelle condizioni di realtà delle soluzioni precedentemente determinate.

b. $\mathbf{x_1^2 + x_2^2 = 13}$;

Ricordiamo che: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(-\frac{B}{A}\right)^2 - 2 \cdot \frac{C}{A}$.

Si ottiene: $\left(-\frac{B}{A}\right)^2 - 2 \cdot \frac{C}{A} = 13$; $\left(-\frac{-k}{1}\right)^2 - 2 \cdot \frac{-2}{1} = 13$; $k^2 + 4 = 13$; $k^2 = 9$; $\mathbf{k = \pm 3}$.

Valori accettabili perché rientrano nelle condizioni di realtà delle soluzioni precedentemente determinate.

c. $\mathbf{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -2}$;

La relazione: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-\frac{B}{A}}{\frac{C}{A}} = -\frac{B}{C}$.

Si ottiene: $-\frac{B}{C} = -2$; $-\frac{-k}{-2} = -2$; $-\frac{k}{2} = -2$; $\mathbf{k = 4}$.

Valore accettabile perché rientra nelle condizioni di realtà delle soluzioni precedentemente determinate.

Esempio 3

Determina per quali valori di k le soluzioni dell'equazione $x^2 - 4x - k + 4 = 0$:

- sono reali ed una uguale a zero;
- sono reali e la somma dei loro cubi è 40;
- sono reali e tali che $x_1 + x_2 + x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 = -8$.

Soluzione

Determiniamo le condizioni di realtà delle soluzioni:

$$\frac{\Delta}{4} \geq 0; \quad \left(\frac{B}{2}\right)^2 - A \cdot C \geq 0; \quad \left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 1 \cdot (-k + 4) \geq 0; \quad 4 + k - 4 \geq 0; \quad k \geq 0.$$

a. Una soluzione è uguale a zero quando $c = 0$, cioè: $-k + 4 = 0$; $k = 4$.

Valore accettabile perché rientra nelle condizioni di realtà delle soluzioni precedentemente determinate.

b. $x_1^3 + x_2^3 = 40$;

$$\begin{aligned} \text{La relazione: } x_1^3 + x_2^3 &= (x_1 + x_2)^3 - 3x_1^2 x_2 - 3x_1 x_2^2 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = \\ &= \left(-\frac{B}{A}\right)^3 - 3 \cdot \frac{C}{A} \cdot \left(-\frac{B}{A}\right) = -\frac{B^3}{A^3} + 3 \frac{BC}{A^2} = \frac{-B^3 + 3ABC}{A^3}. \end{aligned}$$

Si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{-B^3 + 3ABC}{A^3} &= 40; & \frac{-(-4)^3 + 3 \cdot 1 \cdot (-4) \cdot (-k + 4)}{A^3} &= 40; \\ \frac{64 - 12 \cdot (-k + 4)}{1^3} &= 40; & 64 + 12k - 48 &= 40; & 12k &= 24; & k &= 2 \end{aligned}$$

Valore accettabile perché rientra nelle condizioni di realtà delle soluzioni precedentemente determinate.

c. $x_1 + x_2 + x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 = -8$;

$$\begin{aligned} \text{La relazione: } x_1 + x_2 + x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 &= x_1 + x_2 + x_1 x_2 \cdot (x_1 + x_2) = \\ &= \left(-\frac{B}{A}\right) + \frac{C}{A} \cdot \left(-\frac{B}{A}\right) = -\frac{B}{A} - \frac{BC}{A^2} = \frac{-AB - BC}{A^2}. \end{aligned}$$

Si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{-AB - BC}{A^2} &= -8; & \frac{-1 \cdot (-4) - (-4) \cdot (-k + 4)}{1^2} &= -8; \\ 4 + 4 \cdot (-k + 4) &= -8; & 4 - 4k + 16 &= -8; & -4k &= -28; & k &= 7. \end{aligned}$$

Valore accettabile perché rientra nelle condizioni di realtà delle soluzioni precedentemente determinate.

Esempio 4

Determina per quali valori di k le soluzioni dell'equazione $x^2 + 8x + 2k = 0$:

- sono reali e la somma dei loro cubi è -176 ;
- la somma dei quadrati dei reciproci delle radici è $\frac{3}{4}$
- la somma dei reciproci dei cubi delle radici è nulla.

Soluzione

Determiniamo le condizioni di realtà delle soluzioni:

$$\frac{\Delta}{4} \geq 0; \quad \left(\frac{B}{2}\right)^2 - A \cdot C \geq 0; \quad \left(\frac{8}{2}\right)^2 - 1 \cdot 2k \geq 0; \quad 16 - 2k \geq 0; \quad k \leq 8.$$

a. $x_1^3 + x_2^3 = -176$;

La relazione: $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) =$
 $= \left(-\frac{B}{A}\right)^3 - 3 \cdot \frac{C}{A} \cdot \left(-\frac{B}{A}\right) = -\frac{B^3}{A^3} + 3\frac{BC}{A^2} = \frac{-B^3 + 3ABC}{A^3}.$

Si ottiene:

$$\frac{-B^3 + 3ABC}{A^3} = -176; \quad \frac{-(8)^3 + 3 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 2k}{1^3} = -176;$$

$$-512 + 48k = -176; \quad 48k = 336; \quad k = 7.$$

Valore accettabile perché rientra nelle condizioni di realtà delle soluzioni.

b. $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{3}{4}$

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1^2 \cdot x_2^2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{(x_1 \cdot x_2)^2} = \frac{b^2 - 2ac}{\left(\frac{c}{a}\right)^2} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2} \cdot \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}$$

Sostituendo i valori si ha:

$$\frac{b^2 - 2ac}{c^2} = \frac{3}{4}; \quad \frac{8^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2k}{(2k^2)} = \frac{3}{4}; \quad \frac{64 - 4k}{4k^2} = \frac{3}{4}; \quad 64 - 4k = 3k^2;$$

$$3k^2 + 4k - 64 = 0; \quad \frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - a \cdot c = 4 + 192 = 196;$$

$$k_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \mp \sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a} = \frac{-2 \mp \sqrt{196}}{3} = \begin{matrix} k_1 = \frac{-2 - 14}{3} = -\frac{16}{3} \\ k_2 = \frac{-2 + 14}{3} = +4 \end{matrix}$$

Valori accettabili perché rientrano nelle condizioni di realtà delle soluzioni precedentemente determinate.

c. $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = 0$

$$\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = \frac{x_2^3 + x_1^3}{x_1^3 \cdot x_2^3} = \frac{x_2^3 + x_1^3}{(x_1 \cdot x_2)^3} = \frac{3abc - b^3}{\left(\frac{c}{a}\right)^3} = \frac{3abc - b^3}{a^3} \cdot \frac{a^3}{c^3} = \frac{3abc - b^3}{c^3}.$$

$$\frac{3abc - b^3}{c^3} = 0; \quad 3abc - b^3 = 0;$$

Sostituendo i valori si ha:

$$3 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 2k - 8^3 = 0; \quad 48k = 512; \quad k = \frac{512}{48} = \frac{32}{3}.$$

Tale valore non è accettabile perché non rientra nelle condizioni di realtà delle soluzioni. Pertanto $\nexists k \in \mathbf{R}$.

Esempio 5

Determina per quali valori di k le soluzioni dell'equazione $x^2 - x + k + 3 = 0$:

- Sono reali e la somma dei loro quadrati è uguale al triplo del loro prodotto;
- sono reali e la somma dei loro cubi è 2.

Soluzione

Determiniamo le condizioni di realtà delle soluzioni:

$$\Delta \geq 0; \quad B^2 - 4 \cdot A \cdot C \geq 0; \quad (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k + 3) \geq 0;$$

$$1 - 4k - 12 \geq 0; \quad 4k \leq -11; \quad k \leq -\frac{11}{4}.$$

a. $x_1^2 + x_2^2 = 3 \cdot x_1 \cdot x_2$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(-\frac{B}{A}\right)^2 - 2 \cdot \frac{C}{A} = \frac{B^2}{A^2} - 2 \frac{C}{A} = \frac{B^2 - 2AC}{A^2}$$

La relazione: $x_1^2 + x_2^2 = 3 \cdot x_1 \cdot x_2$ diventa:

$$\frac{B^2 - 2AC}{A^2} = \frac{3C}{A}; \quad B^2 - 2AC = 3AC; \quad B^2 - 5AC = 0$$

Sostituendo i valori si ha:

$$(-1)^2 - 5 \cdot 1 \cdot (k + 3) = 0; \quad 1 - 5k - 15 = 0; \quad -5k = 14; \quad k = -\frac{14}{5}.$$

Valore accettabile perché rientra nelle condizioni di realtà delle soluzioni.

Oppure

$$x_1^2 + x_2^2 = 3 \cdot x_1 \cdot x_2; \quad (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \cdot x_1 \cdot x_2; \quad (x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2 = 0;$$

$$\left(-\frac{B}{A}\right)^2 - 5 \cdot \frac{C}{A} = 0; \quad \frac{B^2}{A^2} - 5 \cdot \frac{C}{A} = 0; \quad \frac{B^2 - 5AC}{A} = 0; \quad B^2 - 5AC = 0;$$

Sostituendo i valori si ha:

$$(-1)^2 - 5 \cdot 1 \cdot (k + 3) = 0; \quad 1 - 5k - 15 = 0; \quad -5k = 14; \quad k = -\frac{14}{5}.$$

b. $x_1^3 + x_2^3 = 2$;

$$\begin{aligned} \text{La relazione: } x_1^3 + x_2^3 &= (x_1 + x_2)^3 - 3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = \\ &= \left(-\frac{B}{A}\right)^3 - 3 \cdot \frac{C}{A} \cdot \left(-\frac{B}{A}\right) = -\frac{B^3}{A^3} + 3 \frac{BC}{A^2} = \frac{-B^3 + 3ABC}{A^3}. \end{aligned}$$

Si ottiene:

$$\frac{-B^3 + 3ABC}{A^3} = 2; \quad \frac{-(-1)^3 + 3 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (k + 3)}{1^3} = 2;$$

$$1 - 3 \cdot (k + 3) = 2; \quad 1 - 3k - 9 = 2 \quad -3k = 10 \quad k = -\frac{10}{3}$$

Valore accettabile perché rientra nelle condizioni di realtà delle soluzioni.

Esempio 6

Determina per quali valori di k le soluzioni dell'equazione $kx^2 + (k + 1)x - k = 0$ sono reali e $x_1 + 2x_2 = -1$.

Soluzione

Determiniamo le condizioni di realtà delle soluzioni:

$$\Delta \geq 0; \quad B^2 - 4 \cdot A \cdot C \geq 0; \quad (k + 1)^2 - 4 \cdot k \cdot (-k) \geq 0; \quad k^2 + 1 + 2k + 4k^2 \geq 0;$$

$$5k^2 + 2k + 1 \geq 0 \quad \rightarrow \quad 5k^2 + 2k + 1 = 0; \quad \frac{\Delta}{4} = \left(\frac{B}{2}\right)^2 - A \cdot C = 1^2 - 5 \cdot 1 = -4 \quad \forall k \in \mathbf{R}.$$

Associamo alla condizione $x_1 + 2x_2 = -1$ le due relazioni che esprimono la somma e il prodotto delle soluzioni. Consideriamo cioè il sistema:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ x_1 + x_2 = -\frac{B}{A} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{C}{A} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ x_1 + x_2 = -\frac{k+1}{k} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{-k}{k} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ x_1 + x_2 = -\frac{k+1}{k} \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$$

Consideriamo il sistema formato dalla prima e dalla terza equazione:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -1 - 2x_2 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} (-1 - 2x_2) \cdot x_2 = -1 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} -x_2 - 2x_2^2 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} - \\ 2x_2^2 + x_2 - 1 = 0 \end{cases} \quad \Delta = B^2 - 4 \cdot A \cdot C = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9.$$

$$x_2 = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \mp \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \begin{matrix} (x_2)_1 = \frac{-1 - 3}{4} = -\frac{4}{4} = -1 \\ (x_2)_2 = \frac{-1 + 3}{4} = +\frac{2}{4} = +\frac{1}{2} \end{matrix}$$

Otteniamo le due soluzioni:

$\begin{cases} x_1 = -1 - 2 \cdot (-1) = +1 \\ x_2 = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = +1 \\ x_2 = -1 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = -1 - 2 \cdot \frac{1}{2} = -2 \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = +\frac{1}{2} \end{cases}$
---	---

Sostituendo tali valori nella seconda equazione si ottiene:

$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= -\frac{k+1}{k}; \\ 1 + (-1) &= -\frac{k+1}{k} \\ \frac{k+1}{k} &= 0; \\ k+1 &= 0; \\ \mathbf{k} &= \mathbf{-1}. \end{aligned}$	$\begin{aligned} -2 + \frac{1}{2} &= -\frac{k+1}{k}; \\ -\frac{3}{2} &= -\frac{k+1}{k}; \\ 3k &= 2(k+1); \\ 3k &= 2k+2; \\ \mathbf{k} &= \mathbf{2}. \end{aligned}$
--	---

Valori accettabili perché rientrano nelle condizioni di realtà delle soluzioni precedentemente determinate.