Formazione sulle competenze di base - a.s. 2022-23

Fase 3 - Attuazione in classe - Diario di bordo

La messa in atto in classe dell'attività progettata sarà accompagnata da un lavoro di documentazione in itinere finalizzato sia a stimolare la riflessione personale sui processi che si sviluppano in base a quanto proposto, sia a permettere al tutor di monitorare le attività svolte dai corsisti con gli studenti. La narrazione, svolta nella forma di un diario giornaliero, dovrebbe contenere le riflessioni del docente rispetto a quanto fatto in coerenza con la progettazione, ma anche mettere in rilievo le variazioni che si sono operate in corso d'opera, la rimodulazione in itinere, lo sviluppo dei processi di apprendimento, nonché eventuali altre riflessioni che facciano comprendere la peculiarità dell'esperienza fatta nello specifico contesto classe.

Inoltre, per una o due lezioni, quelle ritenute più significative e che potrebbero essere presentate durante l'incontro con colleghi e tutor, chiediamo la redazione di un *diario di dettaglio* (si veda il campo opzionale) in cui si facciano emergere maggiormente le produzioni (orali o scritte) degli studenti ed eventuale altra documentazione significativa dell'attività.

Alcuni aspetti di cui tenere conto:

1. le riflessioni su quanto fatto devono rimandare quanto più possibile alla progettazione e, eventualmente, dar conto delle variazioni apportate in itinere. È importante, infatti, fare riferimento a quei nuclei a cui si è dato rilievo nella progettazione in termini di obiettivi e temi. Progettazione e documentazione devono essere, infatti, strettamente collegate.
2. protagonista della narrazione e della documentazione deve essere il processo di apprendimento degli alunni. La documentazione deve rendere visibile il processo messo in atto e non solo i prodotti.
3. nel ***diario di dettaglio*** (**da compilare per almeno una lezione**), la narrazione dovrà essere più dettagliata in merito alle consegne date e ai feedback degli studenti. Potrai anche aggiungere immagini, materiali didattici, lavori dei ragazzi e ogni altro materiale documentario ben selezionato che riterrai utile a far comprendere quanto successo, tenuto presente che, in ottemperanza alla vigente normativa sul trattamento dei dati personali e a pena di esclusione dei materiali allegati alla documentazione, questi ultimi non potranno contenere alcun elemento che renda identificabili gli studenti (nome, cognome, immagini, voce).

Docente: Domenico Gerardo CORRADO

Disciplina: Matematica

Tutor: Pasquale COZZA

Scuola e classe coinvolta: Liceo Scientifico Classe prima

Titolo dell'attività didattica: Problemi che hanno come modello un'equazione di primo grado

Per ogni lezione dell'attività sperimentata si chiede di indicare:

Lezione n. 1

Data	15/05/2023
Durata	60 minuti
Argomento/oggetto della lezione	Introduzione ai problemi che hanno come modello una equazione di I grado.

Organizzazione della classe/strategie (lavoro di gruppo, discussione, laboratorio etc.)
Attraverso una lezione partecipata con l'intera classe si esamina la comprensione e la traduzione in linguaggio algebrico di alcuni problemi.

Commento/riflessione - cose che hanno funzionato, cose che non hannofunzionato rispetto a:

- *aspetti disciplinari*
- *strategie di mediazione*
- *aspetti di organizzazione e gestione della classe e di gestione dellerelazioni*
- *aspetti relativi alla motivazione e alla partecipazione degli studenti*
- *aspetti relativi alla valutazione*

La Matematica, con i suoi linguaggi (numerico, grafico e simbolico) offre potenti strumenti di rappresentazione che facilitano l'analisi di una situazione problematica, aiutano a fare collegamenti e previsioni, permettono di costruire modelli applicabili in contesti diversi.

Ciascuna di queste diverse forme di rappresentazione mette in evidenza alcune proprie informazioni e alcune proprie strutture. Gli studenti devono saper passare da un tipo di rappresentazione all'altra e saper interrogare formule, grafici e tabelle.

Naturalmente, per poter usare questi strumenti, occorre aver fatto esperienza su di essi, averne compreso l'utilità e l'importanza con un avvicinamento graduale, avere acquisito pratica d'uso.

L'attività progettata ha proposto agli studenti situazioni problematiche in contesti diversi, per analizzare le quali è risultato necessario individuare le grandezze significative e descrivere le relazioni che intercorrevano fra di esse con il linguaggio dell'algebra.

Il processo di modellizzazione è avvenuto in modo graduale. Gli studenti sono partiti da modalità sperimentali e intuitive di manipolazione di oggetti concreti per approdare all'uso di oggetti e strumenti matematici e informatici che hanno consentito una descrizione più rigorosa e significativa della situazione. Come da previsione, questa si è rivelata la fase più complessa per gli allievi, chiamati a tradurre un testo dal linguaggio naturale al linguaggio matematico e a mettere in moto processi logici e di ragionamento.

In questo processo le tecnologie (software di geometria dinamica e fogli elettronici) sono risultate strumenti didattici importanti per costruire significati, favorire riflessione e facilitare collegamenti logici.

La realizzazione delle attività preventivate ha rispettato, a grandi linee, nei tempi e nelle modalità la progettazione realizzata nella Fase 2.

Punti di forza

Gli studenti, in diversa misura, hanno evidenziato un comportamento maturo e responsabile, dimostrandosi disposti all'ascolto, partecipi e collaborativi. Per diversi di loro è da elogiare anche la curiosità, l'impegno e la voglia di migliorarsi e di acquisire nuove competenze.
Lavorando in gruppo, mettendo in gioco i propri punti di forza e i propri punti di debolezza, hanno consolidato e ampliato le proprie conoscenze e soprattutto hanno migliorato la loro "capacità di lavorare in team", competenza trasversale molto richiesta oggi dalle aziende .
Gli allievi hanno apprezzato il lavoro effettuato con i fogli elettronici e i software di geometria dinamica nella comprensione di alcune situazioni problematiche.

Punti di debolezza

Gli allievi negli interventi sono risultati un pò confusionari, non rispettando l'ordine di prenotazione degli interventi.
Qualche allievo non conosceva il significato di alcuni vocaboli presenti nelle tracce dei problemi.
Alcuni allievi non comprendevano correttamente il testo del problema.
Alcuni allievi non riuscivano a tradurre dal linguaggio naturale al linguaggio algebrico.
Alcuni allievi non trascrivevano correttamente i dati, le relazioni fra i dati e gli obiettivi.
Diversi allievi non conoscevano le figure piane, le relative proprietà e i relativi teoremi.
La quasi totalità degli allievi non commentava il ragionamento seguito nella risoluzione dei problemi.
Alcuni allievi sono risultati molto disordinati nella risoluzione dei problemi non seguendo un ordine corretto delle deduzioni e dei calcoli e lavorando su due colonne della stessa pagina.
Un paio di allievi hanno evidenziato difficoltà nel calcolo algebrico numerico e letterale
Alcuni allievi non verificavano l'accettabilità della soluzione trovata.
Alcuni allievi si fermavano alla risoluzione dell'equazione e non davano la risposta al problema.
Pochi allievi eseguivano la verifica delle soluzione trovate.

Diario di dettaglio*

*Ti chiediamo di narrare la lezione in maniera dettagliata con il supporto di foto**, consegna data, produzioni degli studenti, trascrizioni delle discussioni, etc*

**** Campo opzionale***

*** Si raccomanda di tenere conto delle indicazioni relative alla privacy*

La prima lezione inizia con una presentazione dell'attività didattica da svolgere. Vengono esposti agli allievi gli obiettivi di apprendimento disciplinare da raggiungere a fine attività:

- comprensione del testo del problema;
- individuazione delle strategie risolutive del problema.

Il mio intervento

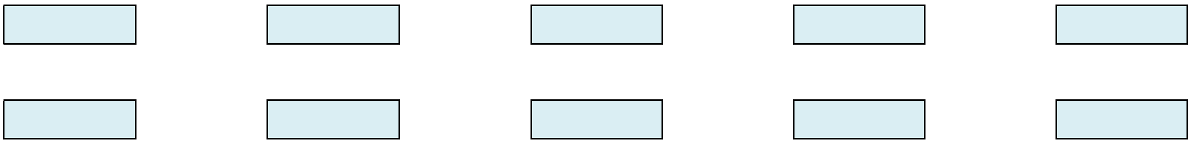
"Cari ragazzi, nelle precedenti Unità di Apprendimento abbiamo affrontato vari problemi ricorrendo a modelli matematici costruiti grazie alla teoria degli insiemi e al calcolo letterale.
Ora abbiamo a disposizione un nuovo modello matematico per affrontare i problemi: le equazioni.
Riesamineremo parte dei problemi già visti e ne affronteremo di nuovi, utilizzando questo nuovo modello.
Lo schema logico che utilizzeremo è sempre quello già utilizzato precedentemente, cioè scandiremo la risoluzione dei problemi nelle quattro fasi: individuazione dei dati, delle relazioni fra i dati e dell'obiettivo, costruzione del modello, risoluzione del modello, analisi della soluzione e risposta al problema.
Prendiamo in considerazione il seguente problema e esaminiamone la soluzione utilizzando modelli diversi".

Problema 1

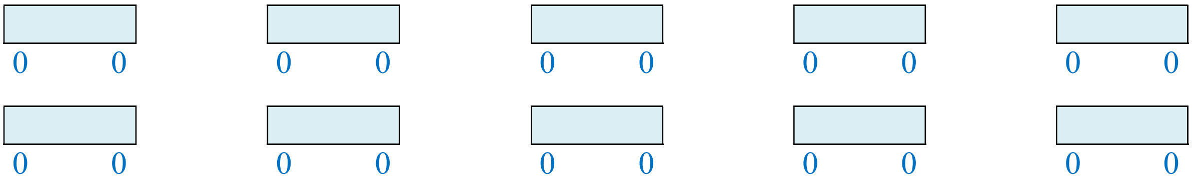
In un parcheggio ci sono 10 veicoli fra auto e moto. Pierino conta che i veicoli hanno in totale 26 ruote. Quante sono le auto e quante sono le moto ?

1 - Soluzione utilizzando uno schema grafico

Disegniamo 10 rettangoli raffiguranti i 10 veicoli.



Disegniamo 2 ruote per ogni veicolo.



Chiedo ai ragazzi cosa rappresentano questi rettangoli con due ruote.

La risposta dei ragazzi è: "rappresentano le moto".

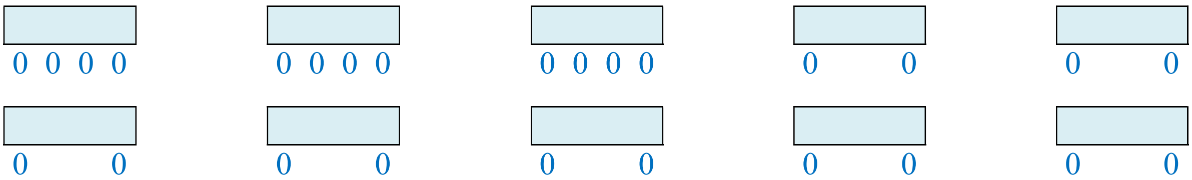
Faccio contare ai ragazzi il numero totale delle ruote. La risposta è: "20".

Quindi chiedo ai ragazzi: "huumm . . . e adesso ?

Tre studenti alzano la mano per intervenire.

Faccio intervenire uno di loro, il quale afferma:

"prof., aggiungiamo le ruote che mancano per arrivare al totale di 26 ruote".



Invito i ragazzi a rispondere al quesito del problema: "Quante auto e quanto moto ci sono?"

Tutti gli allievi affermano che nel parcheggio ci sono 3 auto e 7 moto.

2 - Soluzione utilizzando un foglio di calcolo

Utilizzando il PC collegato alla LIM, costruisco passo dopo passo, chiedendo agli studenti i dati da inserire, il seguente foglio di calcolo con Excel.

N° Veicoli	10
N° Ruote	26

N° Moto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N° Ruote Moto	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

N° Auto	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
N° Ruote Auto	36	32	28	24	20	16	12	8	4	0

N° totale ruote	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20

Già dopo aver compilato le prime due colonne del foglio di calcolo, alcuni studenti prefigurano il resto della costruzione e chiedono di completare loro il foglio di calcolo.

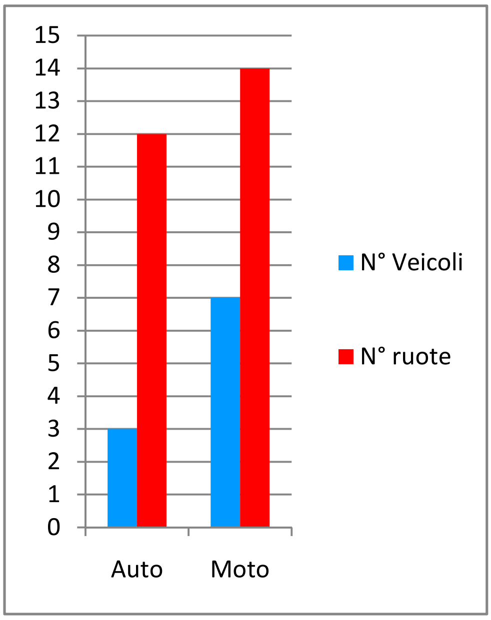
Al completamento del foglio di calcolo, appare evidente a tutti gli allievi la soluzione del problema.

Proietto poi sulla LIM anche questo altro foglio di Excel già svolto precedentemente da me che risolve il problema modificando il valore numerico presente nella cella verde.

N° Veicoli	**10**
Totale Ruote	26

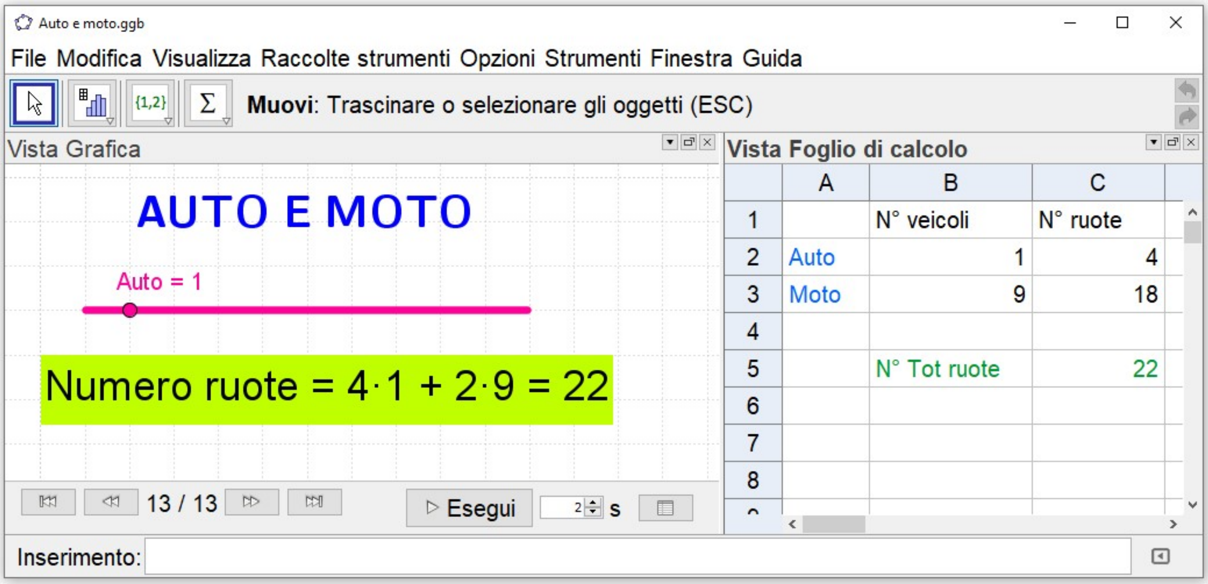
	Auto	Moto
N° Veicoli	3	7
N° ruote	12	14

	A	B	C
1	**N° Veicoli**	**10**	
2	Totale Ruote	=B7+C7	
3			
4		Auto	Moto
5	N° Veicoli	3	=B2-B6
6	N° ruote	=B6*4	=C6*2



<u>3 - Soluzione utilizzando Geogebra</u>

Proietto poi sulla LIM anche questa altra soluzione svolta precedentemente da me che utilizza lo slider e il foglio di calcolo presente in Geogebra.



A questo punto faccio osservare ai ragazzi che questi procedimenti risolutivi esaminati non sono sempre attuabili. Non sempre si possono effettuare rappresentazioni grafiche che ne esemplificano la situazione. Appare quindi l'esigenza di qualche altro modello risolutivo.

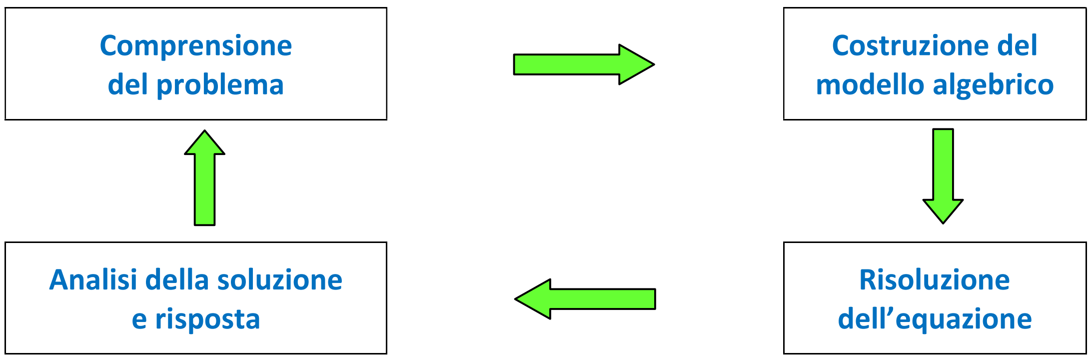
I file di Excel e di Geogebra sono a disposizione degli studenti su Classroom, per successive esplorazioni e rielaborazioni per la stessa classe di problemi.

http://www.mimmocorrado.it/mat/alg/eq/Auto%20e%20moto.xlsx
http://www.mimmocorrado.it/mat/alg/eq/Auto%20e%20moto.rar

Entra in gioco quindi il modello delle equazioni lineari.

Espongo quindi sulla LIM lo schema logico da seguire nell'utilizzo di questo modello.

Schema logico per la risoluzione di un problema



Esplicito quindi i vari passaggi:

1. Comprensione del problema

Occorre leggere attentamente il testo del problema e individuare i dati, le relazioni fra i dati e l'obiettivo.

La comprensione di un testo è la prima delle capacità da acquisire, in qualsivoglia contesto, al di là del solo ambito matematico. Solo comprendendo in pieno il testo di un problema, riconoscendone chiaramente i dati, le relazioni fra i dati e gli obiettivi, è possibile formalizzarlo matematicamente in modo corretto. Occorre, a volte, stare attenti anche alle sfumature di carattere linguistico che solo una lettura particolarmente attenta può cogliere. La scelta dei tempi verbali, dei generi e perfino della punteggiatura può deviare il corso della risoluzione del problema. Si veda il seguente:

Esempio

Determiniamo un numero con la seguente proprietà:

"La metà del numero, sommata a 10, è uguale alla metà del numero sommata a 10".

Ad una lettura non molta attenta e corretta, si potrebbe arrivare alla seguente ***errata*** *formulazione:*

$$\frac{x+10}{2}=\frac{x+10}{2} \qquad Identità\,.$$

Una lettura più attenta permette di riconoscere, grazie all'opportuna scelta del genere e della punteggiatura, che la corrispondente equazione è tutt'altro che una identità.

$$\frac{x}{2}+10=\frac{x+10}{2} \quad equazione\ impossibile\,.$$

2. Costruzione del modello algebrico

Essa si articola nelle seguenti tre sottofasi:

a. *scelta, fra gli elementi non noti, quello da indicare come incognita (la scelta dell'incognita, in generale, non è unica: uno stesso problema può essere risolto in modi diversi, a seconda dell'incognita fissata, e una scelta opportuna può semplificare i calcoli); (vedi "confronto dei diversi svolgimenti-risoluzioni degli alunni")*
b. *individuazione del dominio dell'incognita (per esempio, se indichiamo con x l'età di una persona, dovrà essere $x > 0$);*
c. *costruzione dell'equazione che costituisce il modello del problema (a seconda della scelta dell'incognita, si possono trovare equazioni differenti).*

3. Risoluzione dell'equazione

La risoluzione dell'equazione necessita delle relative competenze di calcolo letterale e dei principi di equivalenza delle equazioni da parte degli studenti..

4. Analisi della soluzione e risposta

Stabilire se la soluzione dell'equazione è accettabile anche come soluzione del problema.
(esempi: se indichiamo con x la misura di un segmento, una soluzione negativa non è accettabile; se indichiamo con x il numero di automobili, una soluzione che non è un numero naturale non è accettabile).
Dopo aver stabilito l'accettabilità della soluzione occorre concludere rispondendo alla richiesta del problema.
Da osservare inoltre che:

- *Se l'equazione è impossibile, il problema non ammette soluzioni.*
- *Se l'equazione risulta indeterminata, allora anche il problema è indeterminato (cioè qualsiasi valore dell'incognita è soluzione del problema).*

Soluzione utilizzando il modello delle equazioni lineari

Problema 1

In un parcheggio ci sono 10 veicoli fra auto e moto. Pierino conta che i veicoli hanno in totale 26 ruote. Quante sono le auto e quante sono le moto ?

1. Comprensione del problema

Dopo la lettura del testo, chiedo agli allievi di indicarmi i dati e l'obiettivo.

Dati	Obiettivo
$\begin{cases} N° \, veicoli = 10 \\ N° \, ruote = 26 \end{cases}$	*Numero auto = ?* *Numero Moto = ?*

2. Costruzione del modello algebrico

Essendo l'obiettivo del problema quello di determinare il numero delle auto e delle moto presenti nel parcheggio, chiedo agli allievi quale dei due elementi non noti intendiamo indicare come incognita.

I ragazzi scelgono di porre il $numero \ delle \ auto = x$.

Chiedo poi di indicarmi il dominio dell'incognita x.

Un allievo interviene dicendo che x è un multiplo di 4, ma non riesce a dare una motivazione valida.

Alcuni allievi rispondono che x deve essere un numero positivo.

Faccio osservare che bisogna essere più precisi:
"specificate meglio che tipo di numero è x. È un numero naturale, intero, razionale, ...?"

Un alunno risponde: "prof., è un numero Naturale".

Incalzo ancora: "secondo voi è accettabile che esca $x = 12$ *?*

Sempre lo stesso alunno risponde: "No. Al massimo 10".

Insisto ancora: "Sei proprio sicuro? Leggi bene il testo del problema".

Un'altra allieva interviene: "prof., x è un numero naturale maggiore di zero e minore di 10".

Intervengo ancora: "e in simboli come si scrive?":

L'allieva va alla lavagna è scrive: "$D = \{x \in N \ / \ 0 < x < 10\}$".

A questo punto chiedo agli allievi come indichiamo invece il numero delle moto.

Compare la prima difficoltà.

Alcuni allievi rispondono y.

Ricordo allora agli allievi che: "Ad oggi possiamo utilizzare solo le equazioni di I grado in una incognita. Nei prossimi studi esamineremo il modello dei sistemi lineari di due equazioni in due incognite".

Per far capire come indicare il numero delle moto, faccio le seguenti domande a diversi di loro:

"Se le auto sono 2	*quante sono le moto?*	*Risposta:"8"*	*cioè* "$10 - 2$"
"Se le auto sono 3	*quante sono le moto?*	*Risposta:"7"*	*cioè* "$10 - 3$"
"Se le auto sono 4	*quante sono le moto?*	*Risposta:"6"*	*cioè* "$10 - 4$"
"Se le auto sono 5	*quante sono le moto?*	*Risposta:"5"*	*cioè* "$10 - 5$"
"Se le auto sono 6	*quante sono le moto?*	*Risposta:"4"*	*cioè* "$10 - 6$"

Se avete imparato la filastrocca:

"Se le auto sono x *quante sono le moto?*   *Risposta:"*$10 - x$".

Individuiamo quindi l'equazione che costituisce il modello del problema.

Faccio notare che non è stato ancora utilizzato un dato utile del problema: il numero totale delle ruote. Chiedo loro cosa rappresenta in linguaggio naturale il numero totale delle ruote.

Quasi in coro parte degli allievi rispondono:

"Le ruote di tutte le auto + le ruote di tutte le moto =26".

Per far capire come esplicitare meglio la relazione, faccio le seguenti domande a diversi di loro:

"Se le auto sono 3, quante ruote ci sono ? " *Risposta: "12"* *cioè* "$4 \cdot 3$"

"Se le auto sono 4, quante ruote ci sono ? " *Risposta: "16"* *cioè* "$4 \cdot 4$"

"Se le auto sono 5, quante ruote ci sono ? " *Risposta: "20"* *cioè* "$4 \cdot 5$"

Se avete imparato la filastrocca:

"Se le auto sono x, quante ruote ci sono ? " *Risposta: "*$4 \cdot x$".

Passo quindi alle moto:

"Se le moto sono 3, quante ruote ci sono ? " *Risposta: "6"* *cioè* "$2 \cdot 3$"

"Se le moto sono 4, quante ruote ci sono ? " *Risposta: "8"* *cioè* "$2 \cdot 4$"

"Se le moto sono 5, quante ruote ci sono ? " *Risposta: "10"* *cioè* "$2 \cdot 5$"

Se avete imparato la filastrocca:

"Se le moto sono $10 - x$, *quante ruote ci sono ? "* *Risposta: "*$2 \cdot (10 - x)$".

Si arriva quindi a tradurre la relazione precedente:

Numero ruote auto + Numero ruote moto $= 26$.

Che viene tradotta poi nell'equazione: $4x + 2(10 - x) = 26$.

3. Risoluzione dell'equazione

Chiamo quindi alla lavagna l'allievo P. a risolvere l'equazione.

$4x + 2(10 - x) = 26$;

$4x + 20 - 2x = 26$;

$4x - 2x = 26 - 20$;

$2x = 6$; $\quad x = 3$.

4. Analisi della soluzione e risposta

Chiedo infine all'allievo P. se $x = 3$ *è una soluzione accettabile.*

L'allievo risponde che la soluzione è accettabile perché rientra nel dominio prima determinato.

Concludiamo quindi con la risposta al problema.

Nel parcheggio ci sono 3 auto e 7 moto.

Infine faccio verificare a P. che il numero totale delle ruote è :

$N° \; ruote \; totale = 4 \cdot (3 \; auto) + 2 \cdot (7 \; moto) = 12 + 14 = 26$.

Considero poi il seguente:

Problema 2

Sommando al cubo di un numero naturale l'opposto della metà del suo consecutivo si ottiene il cubo del suo precedente aumentato del triplo del suo quadrato e diminuito del triplo del suo successivo. Qual è il numero originario?

Le facce degli allievi mostrano sconcerto.

Intervengo:

"Tranquilli ragazzi, piano, piano riusciremo a capire il problema e a tradurlo in una equazione.

Per prima cosa occorre conoscere i vocaboli che compaiono nel testo del problema.

A tal proposito cominciamo a costruire un VOCABOLARIO ITALIANO – MATEMATICA che andremo via, via ad ampliare".

VOCABOLARIO ITALIANO – MATEMATICA

ITALIANO	MATEMATICA
Numero	n
Doppio del numero	$2n$
Triplo del numero	$3n$
Metà del numero	$\frac{n}{2}$
Terza parte del numero	$\frac{n}{3}$
Opposto del numero	$-n$
Reciproco del numero	$\frac{1}{n}$
Reciproco dell'opposto del numero	$-\frac{1}{n}$
Numero precedente	$n-1$
Numero successivo	$n+1$
Quadrato del numero	n^2
Cubo del numero	n^3
Somma di due numeri	$n+p$
Differenza di due numeri	$n-p$
Prodotto di due numeri	$n \cdot p$
Quoziente di due numeri	$\frac{n}{p}$
Numero aumentato di una quantità x	$n+x$
Numero diminuito di una quantità x	$n-x$

A questo punto chiedo ai ragazzi qual è la richiesta del problema.

Gli allievi rispondono che occorre trovare un numero naturale che soddisfa la relazione espressa nel testo del problema.

Poniamo quindi il numero da trovare $= x$, *Chiedo poi di indicarmi il dominio dell'incognita x.*

Un allievo risponde: "x è un numero positivo.

Incalzo ancora: "secondo voi può essere $x = 0$?

Sempre lo stesso alunno risponde: "No. Perché zero non ha alcun numero naturale precedente e il testo del problema parla di un numero precedente".

Faccio osservare che bisogna essere più precisi:

"specificate meglio che tipo di numero è x. È un numero naturale, intero, razionale, ...?"

Un altro alunno risponde: "prof., è un numero Naturale".

Pertanto stabiliamo che il dominio dell'incognita è: $D = N_0$.

Leggendo attentamente e traducendo parola per parola il testo del problema in linguaggio algebrico, con l'intervento forzato di alcuni alunni si perviene alla seguente relazione scritta in un linguaggio misto fra linguaggio naturale e matematico:

$$Numero^3 + \left(-\frac{consecutivo}{2}\right) = (precedente)^3 + 3 \cdot Numero^2 - 3 \cdot consecutivo$$

ed in seguito alla formulazione della seguente equazione:

$$x^3 + \left(-\frac{x+1}{2}\right) = (x-1)^3 + 3x^2 - 3(x+1) \,;$$

Chiamo quindi l'alunna C. a risolvere l'equazione alla lavagna:

Siccome l'alunna C. ha qualche carenza nel calcolo letterale commette degli errori nello sviluppo del cubo del binomio (questi benedetti prodotti notevoli non riescono a memorizzarli).

$$x^3 - \frac{x+1}{2} = x^3 - 1 + 3x^2 - 3x - 3 \,;$$

Chiedo agli altri studenti se i calcoli sono corretti. Un allievo rileva la mancanza, nello sviluppo del cubo di binomio, dei due tripli prodotti.

Correggiamo l'errore e dopo qualche passaggio arriviamo alla soluzione.

$$x^3 - \frac{x+1}{2} = x^3 - 1 - 3x^2 + 3x + 3x^2 - 3x - 3 \,;$$

$$-\frac{x+1}{2} = -1 - 3 \,;$$

$$-\frac{x+1}{2} = -4 \,;$$

$$\frac{x+1}{2} = 4 \,;$$

$$x + 1 = 8 \,; \qquad x = 7 \,.$$

4. Verifica dell'accettabilità della soluzione e risposta

Chiedo infine all'alunna C. se $x = 7$ è una soluzione accettabile.

L'allieva risponde che la soluzione è accettabile perché rientra nel dominio prima determinato.

Concludiamo quindi con la risposta al problema. Il numero originario *è 7.*

Infatti facendo la verifica si ha che: $7^3 - \frac{7+1}{2} = 7^3 - 1 - 3 \cdot 7^2 + 3 \cdot 7 + 3 \cdot 7^2 - 3 \cdot 7 - 3 \,;$

$343 - 4 = 343 - 1 - 147 + 21 + 147 - 21 - 3 \,;$ $\qquad 339 = 343 - 1 - 3 \,;$ $\qquad 339 = 339.$

CONSEGNA

Per la lezione successiva vengono assegnati i seguenti esercizi:

Problema 1
Un fattore ha polli e conigli. Questi animali hanno 50 teste e 140 zampe. Quanti polli e quanti conigli ha il fattore? (risolvere il problema con le equazioni e rappresentarlo con Excel).

Problema 402.280
Un numero, sommato ai suoi tre quarti, è uguale al suo doppio diminuito di 6. Qual è il numero?

Problema 402.283
Due numeri differiscono di due unità e la somma tra la metà del minore e un terzo del maggiore è 4. Quali sono i due numeri?

Problema guidato 402.299
Determina due numeri dispari consecutivi la cui somma è 60.

Un numero dispari può essere rappresentato tramite un'espressione della forma $2n+1$, *con* $\in N$.

Due numeri dispari consecutivi saranno pertanto esprimibili come $2n+1$ *e* $2n+3$.

L'equazione che formalizza il problema è allora: . . . .

Risolvendola troverai che $n = \ldots\ldots$ *;*

I due numeri cercati sono perciò:

$2n+1 = 2 \cdot \ldots +1 = \ldots$

$2n+3 = 2 \cdot \ldots +3 = \ldots$

Problema 403.304
Determina due numeri pari consecutivi sapendo che la metà della loro somma è uguale a 15.

Lezione n. 2

Data	16/05/2023
Durata	60 minuti
Argomento/oggetto della lezione	Comprensione del testo di un problema e sua traduzione in linguaggio algebrico.

Organizzazione della classe/strategie (lavoro di gruppo, discussione, laboratorio etc.)
Attraverso una lezione partecipata con l'intera classe alternata a lavori di gruppo si esamina la comprensione e la traduzione in linguaggio matematico dei testi di problemi numerici.

Commento/riflessione - cose che hanno funzionato, cose che non hannofunzionato rispetto a:

- *aspetti disciplinari*
- *strategie di mediazione*
- *aspetti di organizzazione e gestione della classe e di gestione dellerelazioni*
- *aspetti relativi alla motivazione e alla partecipazione degli studenti*
- *aspetti relativi alla valutazione*

cosa ho fatto di diverso rispetto a quanto previsto e perché

Bla, bla, bla, . . .

Interventi confusionari DEI RAGAZZI

Diario di dettaglio*

*Ti chiediamo di narrare la lezione in maniera dettagliata con il supporto di foto**, consegna data, produzioni degli studenti, trascrizioni delle discussioni, etc*

**** Campo opzionale***

*** Si raccomanda di tenere conto delle indicazioni relative alla privacy*

La seconda lezione inizia con la correzione degli esercizi assegnati per casa.

Problema 1

Un fattore ha polli e conigli. Questi animali hanno 50 teste e 140 zampe. Quanti polli e quanti conigli ha il fattore? (risolvere il problema con le equazioni e rappresentarlo con Excel).

Si allegano le foto dei quaderni di alcuni studenti:

	A	B
1	N° Animali	50
2		
3	N° Polli	30
4	N° Zampe Polli	60
5	N° Conigli	20
6	N° Zampe Conigli	80
7		
8	N° zampe totali	140

	A	B
1	n.animali	50
2	n.zampe	140
3	n.zampe c	80
4	n.zampe p	60
5	n.conigli	20
6	n.polli	30

risolvo il problema con un equazione

4x+2(50-x)=140;

4x+100-2x=140

4x-2x=140-100;

2X=40 → X=20 per trovare i polli devo fare 50-20=30 y=30

I conigli sono 20 mentre i polli 30

Numero teste	50
Numero zampe	140
N. zampe conigli	80
N. zampe polli	60
N. conigli	20
N. polli	30

VERIFICA →

Per dimostrare che la tabella è corretta basta verificare che la somme tra i conigli e i polli e tra le loro zampe diano come risultato, rispettivamente, il numero delle teste e il numero delle zampe

=

CONIGLI	20	ZAMPE CONIGLI	80
POLLI	30	ZAMPE POLLI	60
TOTALE	50	TOTALE	140

EQUAZIONE PER RISOLVERE IL PROBLEMA:

4(X) + 2(50-X) = 140 ;

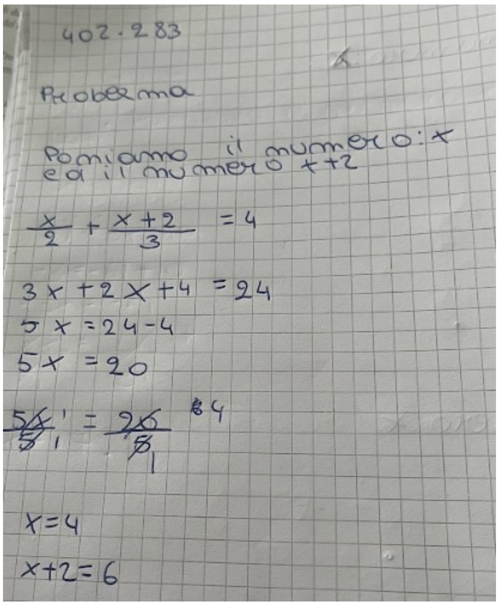
4X + 100 - 2X = 140 ;

4X - 2X = 140 - 100 ;

2X = 40 → X = 20

Problema 402.283

Due numeri differiscono di due unità e la somma tra la metà del minore e un terzo del maggiore è 4. Quali sono i due numeri?



402.283

Problema

Poniamo il numero: x
e il numero $x+2$

$\frac{x}{2}+\frac{x+2}{3}=4$

$3x+2x+4=24$

$5x=24-4$

$5x=20$

$\frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}}=\frac{\cancel{20}}{\cancel{5}}$ 4

$x=4$

$x+2=6$

Lo studente in questo esercizio non ha specificato se la soluzione è accettabile, non ha dato la risposta al problema e non ha effettuato la verifica della soluzione.

In seguito viene aggiornato il VOCABOLARIO con due nuovi vocaboli:

VOCABOLARIO ITALIANO – MATEMATICA

ITALIANO	MATEMATICA
Numero	n
Numero pari	$2n$
Numero dispari	$2n+1$

Avendo riscontrato diversi errori negli esercizi assegnati per casa mi soffermo ancora su alcuni problemi numerici.

Chiedo agli allievi di svolgere singolarmente e senza copiare dal compagno, il seguenti Esercizi in un tempo di 120 secondi.

Esercizio 401.273

Individua l'equazione che costituisce il modello algebrico del Problema:

La somma tra il doppio di un numero e quattro dà come risultato il triplo del numero stesso.

A	$2(x+4) = 3x$	B	$2x+4=3x$	C	$2x+4=x^3$

Le risposte date dagli allievi (per alzata di mano) sono:

A	B	C
5 allievi	*16 allievi*	*2 allievi*

5 allievi non interpretano bene la traccia non individuando gli addendi dell'addizione.

2 allievi confondono i vocaboli: "triplo" e "cubo".

Esercizio 401.275

Individua l'equazione che costituisce il modello algebrico del Problema:

La metà del successivo di un numero naturale è 1,5.

A	$\frac{1}{2}x + 1 = 1{,}5$	B	$\frac{1}{2}(x+1) = \frac{3}{2}$	C	$\frac{1}{2}(x+1) = \frac{1}{5}$

Le risposte date dagli allievi (per alzata di mano) sono:

A	B	C
7 allievi	*14 allievi*	*2 allievi*

7 allievi confondono le due frasi: "metà del successivo" e "successivo della metà del numero".
Solo due allievi non conoscono l'equivalente frazionario del numero decimale 1,5.
Faccio osservare agli allievi che le tre scritture sono equivalenti:

$\frac{x+1}{2} = 1{,}5$ $\qquad \frac{x+1}{2} = \frac{3}{2}$ $\qquad \frac{1}{2}(x+1) = \frac{3}{2}$

Formo poi gruppi di 4 allievi e chiedo loro di risolvere l'esercizio 401.278 del libro di testo.
I quattro allievi di ciascun gruppo devono scegliere come incognita x un diverso lato del quadrilatero (che devono disegnare) e individuare l'equazione che risolve il problema.

Esercizio 401.278

Considera il seguente problema: «In un quadrilatero ABCD di perimetro 54 cm, il lato AD è il doppio del lato CD, il lato CD è 3 cm in più di BC, e il lato BC è la metà di AB. Si vogliono determinare le lunghezze dei lati del quadrilatero». Ciascuna delle seguenti equazioni risolve correttamente il problema. Individua, per ogni equazione, come è stata scelta l'incognita x, giustificando adeguatamente la risposta.

A	$x + \frac{x}{2} + \left(3 + \frac{x}{2}\right) + (6 + x) = 54$	B	$2(x-3) + (x-3) + x + 2x = 54$
C	$2x + x + (3 + x) + 2(3 + x) = 54$	D	$x + \frac{x}{2} + \left(\frac{x}{2} - 3\right) + (x - 6) = 54$

Aggiungo anche il seguente suggerimento: $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} = 54$.

Le risposte date dagli allievi dei cinque gruppi sono:

$\overline{AB} = x$					$\overline{BC} = x$					$\overline{CD} = x$					$\overline{AD} = x$				
A	A	A	A	ERR	C	C	C	C	ERR	B	B	B	ERR	ERR	D	D	D	ERR	ERR

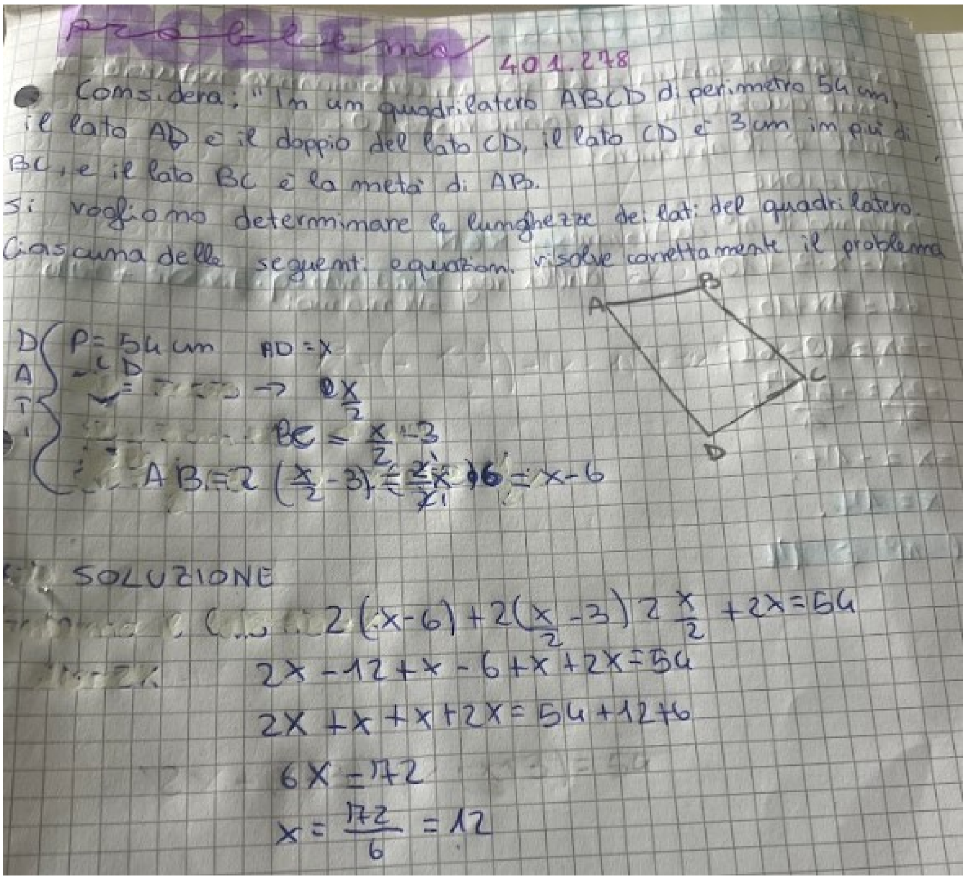
3 allievi disegnano un rettangolo, 3 allievi disegnano un trapezio, 5 allievi disegnano un quadrilatero irregolare che non rispetta i dati del problema. Gli altri non disegnano il quadrilatero.

Ricordo agli studenti che quando non è ben specificato di quale quadrilatero si tratti (rettangolo, quadrato, rombo, ecc.) occorre considerare e disegnare un quadrilatero irregolare. Ciò per non ridursi ad un solo caso particolare ma risolvere o dimostrare le proprietà per tutti i tipi di quadrilateri. Lo stesso vale per i triangoli e per tutti i poligoni. L'Unità di apprendimento "I quadrilateri" sarà svolta prossimamente.

Chiedo poi ai ragazzi quale è stata la scelta dell'incognita che ha reso più facile la formulazione dell'equazione risolvente il problema e la relativa soluzione.

I pareri sono discordanti. La maggioranza però prevale per la scelta di $\overline{CD} = x$.

Si allegano le foto dei quaderni di alcuni studenti



problema 401.278

Considera: "In un quadrilatero ABCD di perimetro 54 cm, il lato AD è il doppio del lato CD, il lato CD è 3 cm in più di BC, e il lato BC è la metà di AB.
Si vogliono determinare le lunghezze dei lati del quadrilatero. Ciascuna delle seguenti equazioni risolve correttamente il problema

DATI

$$\begin{cases} P = 54\ cm \quad AD = x \\ CD \rightarrow \frac{x}{2} \\ BC = \frac{x}{2} - 3 \\ AB = 2\left(\frac{x}{2} - 3\right) = x - 6 \end{cases}$$

SOLUZIONE

$$2(x-6) + 2\left(\frac{x}{2} - 3\right) + 2\frac{x}{2} + 2x = 54$$

$$2x - 12 + x - 6 + x + 2x = 54$$

$$2x + x + x + 2x = 54 + 12 + 6$$

$$6x = 72$$

$$x = \frac{72}{6} = 12$$

PAG. 401 N°278

$AB + BC + CD + AD = 54\ cm$

$AD = 2\,CD$

$CD = BC + 3\,cm$

$BC = \frac{1}{2}AB$

PONIAMO $AD = x$

$CD = \frac{1}{2}x$

$BC = \frac{1}{2}x - 3$

$AB = x - 6$

$x + \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}x - 3\right) + (x - 6) = 54$

$x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x - 3 + x - 6 = 54$

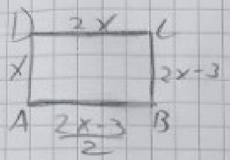
$2x + x + x - 6 + 2x - 12 = 108$;

$2x + x + x + 2x = 108 + 6 + 12$;

$\frac{\cancel{6}x}{\cancel{6}} = \frac{126}{6}$;

$x = 21$

Problema pag 401 n 278



$P = 54$ cm

$AD = 21 \quad BC = 7,5$

$CD = 10,5 \quad AB = 15$

$AD = x \to 21$

$CD = \frac{x}{2} \to \frac{21}{2}$

$BC = \frac{x}{2} - 3 \to \frac{21}{2} - 3$

$AB = \left(\frac{x}{2} - 3\right) \cdot 2 \to 21 - 6$

$AB + BC + CD + AD = 54$

$x + \frac{x}{2} + \left(\frac{x}{2} - 3\right) + (x - 6) = 54$

$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} - 3 + x - 6 = 54$

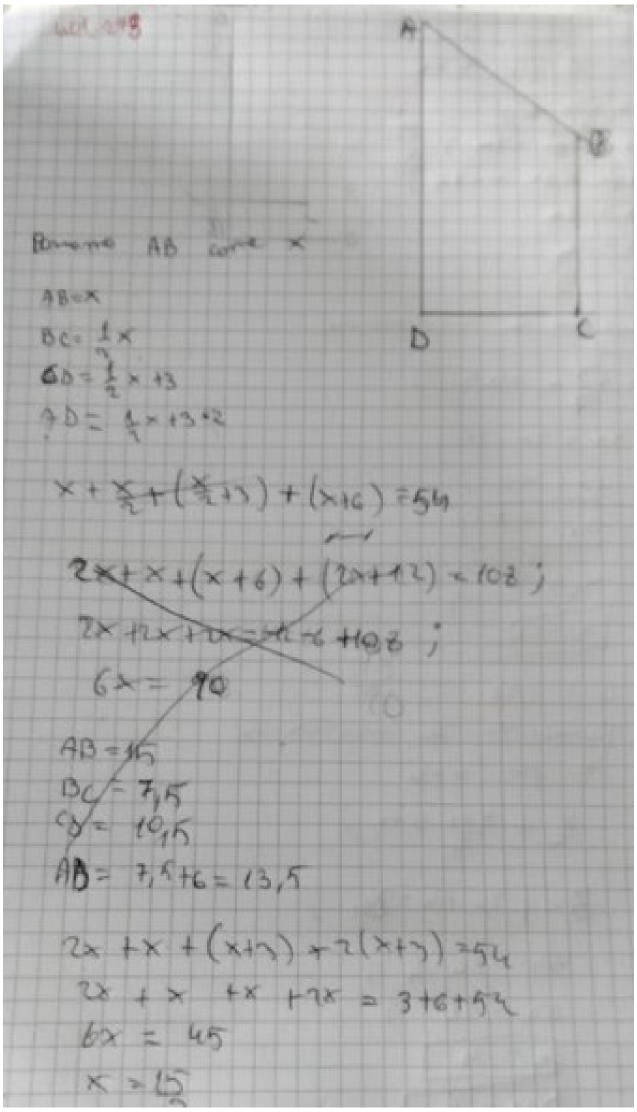
$2x + x + x - 6 + 2x - 12 = 108$

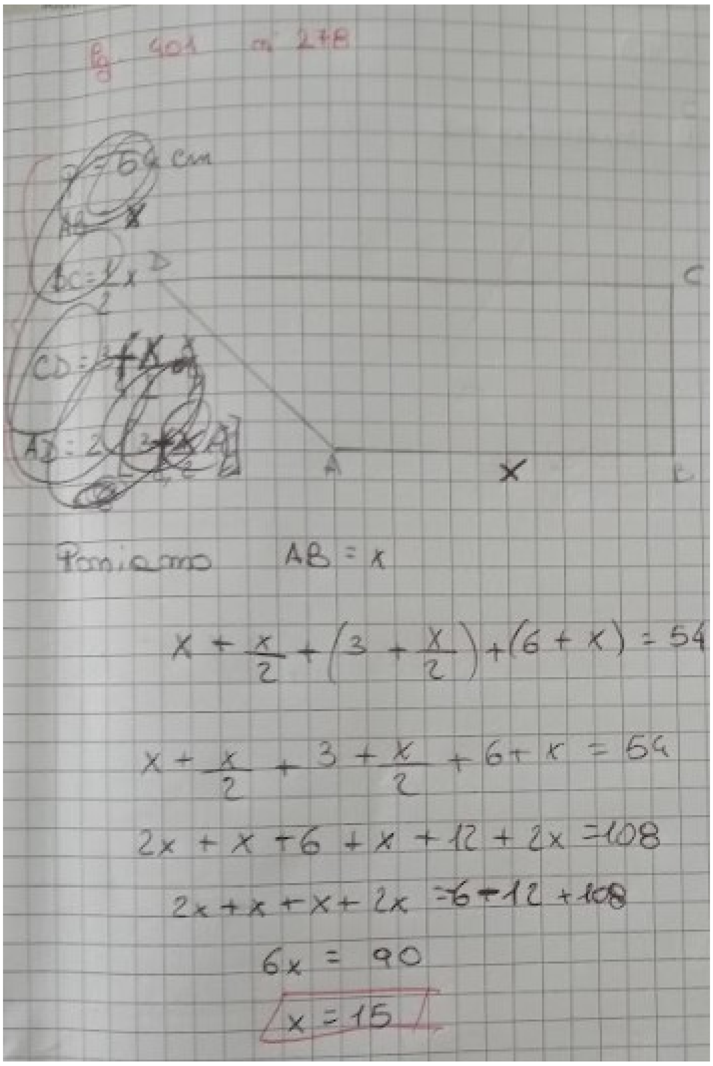
$\frac{\cancel{6}x}{\cancel{6}} = \frac{126}{6} \quad 21$

$x = 21$

Verifica

$21 + 10,5 + 7,5 + 15 = 54$





Passo quindi ad esaminare il seguente problema numerico del libro di testo:

Problema 402.290

La divisione intera di 61 per un certo numero naturale dà come quoziente 3 e come resto 10.
Qual è il numero?

Soluzione

Aggiungo il seguente suggerimento:
Consideriamo la divisione 19 : 5
Possiamo scrivere la seguente uguaglianza: $19 = 5 \cdot 3 + 4$

$$\begin{array}{r|l} 19 & 5 \\ \hline 15 & 3 \\ \hline 4 & \end{array}$$

Generalizzando si ha: $Dividendo \; = \; quoziente \cdot Divisore + Resto$

Nel problema in questione si ha la seguente relazione: $61 = 3 \cdot x + 10$.

$-3x = -61 + 10$; $-3x = -51$; $3x = 51$; $x = 17$.

Verifica

Infatti:

$$\begin{array}{r|l} 61 & 17 \\ \hline 51 & 3 \\ \hline 10 & \end{array}$$

In seguito viene aggiornato il VOCABOLARIO con i seguenti vocaboli:

VOCABOLARIO ITALIANO – MATEMATICA

ITALIANO	MATEMATICA
Dividendo	**Il termine che viene diviso** *(I numero della divisione)*
Divisore	**Il termine per cui si divide il dividendo** *(II numero della divisione)*
Quoziente	**Risultato della divisione intera**
Resto	**Resto della divisione intera**

CONSEGNA

Per la lezione successiva vengono assegnati i seguenti esercizi:

Esercizio 401.274

Individua l'equazione che costituisce il modello algebrico del problema proposto:
La metà della somma tra un numero naturale e il suo successivo è il doppio del numero stesso.

A	$\frac{1}{2}x + (x+1) = 2(x+1)$	B	$\frac{1}{2}[x + (x+1)] = 2x$	C	$\frac{1}{2}x + (x+1) = 2x$

Esercizio 401.276

Individua l'equazione che costituisce il modello algebrico del problema proposto:
Un numero, sommato al suo 15%, è uguale a 10

A	$x + \frac{15}{100} = 10$	B	$x = \frac{15}{100}x + 10$	C	$x + \frac{3}{20}x = 10$

Esercizio 401.277

Individua l'equazione che costituisce il modello algebrico del problema proposto:
La somma tra il doppio di un numero naturale e il suo precedente è uguale al doppio del successivo del numero stesso.

A	$2x + (x-1) = 2x + 1$	B	$2[x + (x-1)] = 2(x+1)$	C	$2x + (x-1) = 2(x+1)$

Esercizio 401.279

Considera il seguente problema: "In un triangolo di perimetro 25 cm, la misura di AB è 2/3 di quella di BC ed è inferiore di 4 cm a quella di AC. Determina le misure dei lati del triangolo". Ciascuna delle seguenti equazioni risolve correttamente il problema. Individua, per ogni equazione, come è stata scelta l'incognita x, giustificando adeguatamente la risposta.

A	$x + \frac{3}{2}x + x + 4 = 25$	B	$\frac{2}{3}x + x + \frac{2}{3}x + 4 = 25$
C	$x + x - 4 + \frac{3}{2}(x-4) = 25$	D	$2x + 3x + 2x + 4 = 25$

Lezione n. 3

Data	17/05/2023
Durata	60 minuti
Argomento/oggetto della lezione	Comprensione del testo di un problema e individuazione della strategia risolutiva.

Organizzazione della classe/strategie (lavoro di gruppo, discussione, laboratorio etc.)
Attraverso una lezione partecipata con l'intera classe si effettua la comprensione e la risoluzione di alcuni problemi numerici, geometrici e della realtà.

Commento/riflessione - cose che hanno funzionato, cose che non hannofunzionato rispetto a:

- *aspetti disciplinari*
- *strategie di mediazione*
- *aspetti di organizzazione e gestione della classe e di gestione dellerelazioni*
- *aspetti relativi alla motivazione e alla partecipazione degli studenti*
- *aspetti relativi alla valutazione*

cosa ho fatto di diverso rispetto a quanto previsto e perché

Bla, bla, bla, . . .

Interventi confusionari DEI RAGAZZI

Diario di dettaglio*

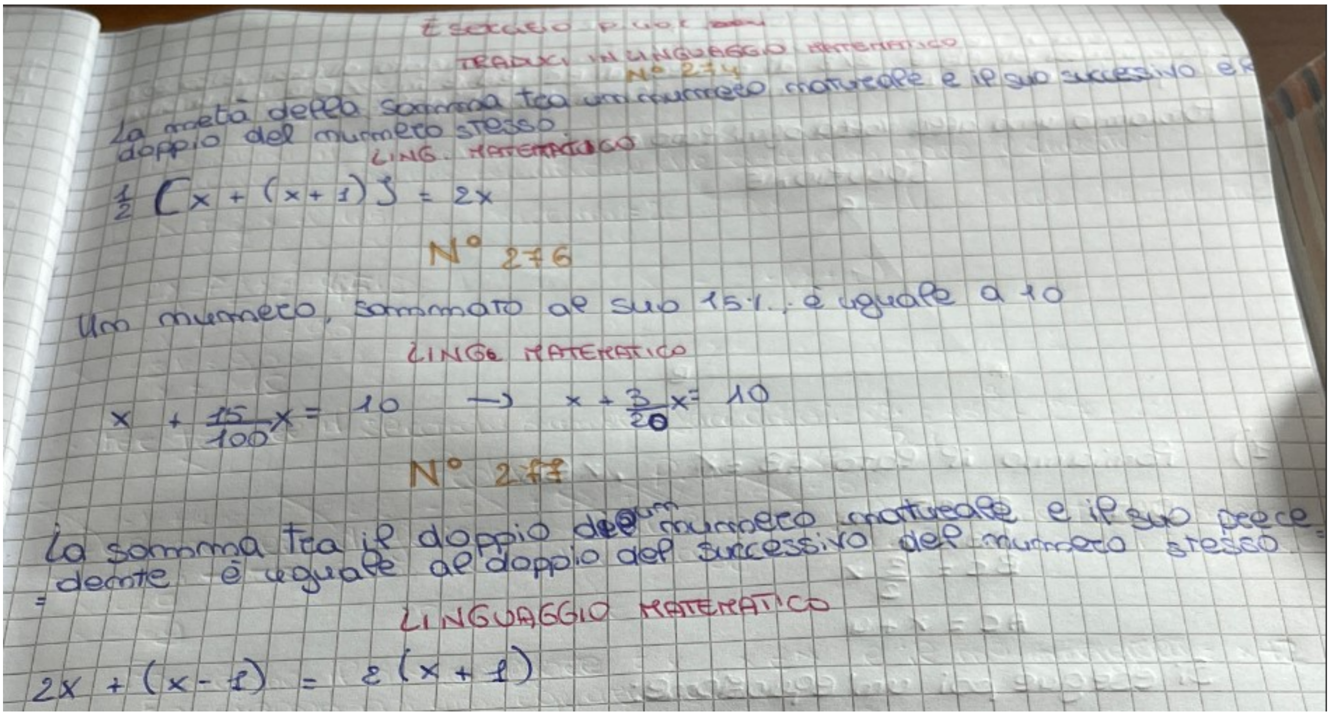
*Ti chiediamo di narrare la lezione in maniera dettagliata con il supporto di foto**, consegna data, produzioni degli studenti, trascrizioni delle discussioni, etc*

**** Campo opzionale***

*** Si raccomanda di tenere conto delle indicazioni relative alla privacy*

La terza lezione inizia con la visione e la correzione degli esercizi assegnati per casa.

Si allegano le foto dei quaderni di alcuni studenti



TRADUCI IN LINGUAGGIO MATEMATICO

N° 274

La metà della somma tra un numero naturale e il suo successivo è il doppio del numero stesso

LING. MATEMATICO

$\frac{1}{2}\{x+(x+1)\}=2x$

N° 276

Un numero, sommato al suo 15%, è uguale a 10

LING. MATEMATICO

$x+\frac{15}{100}x=10 \rightarrow x+\frac{3}{20}x=10$

N° 277

La somma tra il doppio di un numero naturale e il suo precedente è uguale al doppio del successivo del numero stesso

LINGUAGGIO MATEMATICO

$2x+(x-1)=2(x+1)$

Problema pag. 401 n° 279

Consideriamo il seguente problema: "In un triangolo di perimetro 25 cm, la misura di AB è 2/3 di quella di BC ed è inferiore di 4 cm a quella di AC. Determina la misura dei lati del triangolo."

1) $P = 25$ cm

$AB = x$

$BC = \frac{3}{2}x$

$AC = x + 4$

$x + \frac{3}{2}x + x + 4 = 25$

2) $P = 25$ cm

$AC = x$

$AB = x - 4$

$BC = \frac{3}{2}(x-4)$

$x + x - 4 + \frac{3}{2}(x-4) = 25$

Lo studente in questo esercizio ha svolto solo 2 dei 4 casi richiesti da esaminare.

Passo poi a commentare l'esercizio guidato 403.306 proposto nel libro di testo.
Chiedo agli allievi di collaborare al completamento della soluzione con interventi personali.

Problema guidato 403.306

In un numero di due cifre, la cifra delle decine è il doppio di quella delle unità. La differenza tra questo numero e il numero che si ottiene invertendone le cifre è 27. Qual è il numero?

Soluzione 1

Faccio subito notare che l'esercizio si può risolvere provando le coppie di numeri:

$$21 - 12 = 9 \qquad 42 - 24 = 18 \qquad 63 - 36 = 27 \qquad 84 - 48 = 36$$

Si conclude che il numero cercato è 63 .

Soluzione 2

Indica con x la cifra delle unità del numero che stiamo cercando (x dovrà essere un numero naturale minore di . . . 5).

Una alunna fa notare che x non può essere zero.

Quindi il dominio dell'equazione è: $D = \{x \in N \ / \ 0 < x < 5\}$.

Allora la cifra delle decine è . . . 2x, quindi la forma polinomiale del numero è: $2x \cdot 10 + x$.

Il numero che si ottiene invertendo le cifre del numero precedente, scritto in forma polinomiale, è:

$x \cdot 10 + 2x$.

Ponendo uguale a 27 la differenza tra il numero originario e il numero con le cifre invertite si ottiene l'equazione: $2x \cdot 10 + x - (x \cdot 10 + 2x) = 27$, *che risolta dà* $x = ... 3$.

La soluzione è accettabile perché . . . . $3 < 5$.

Si può concludere che il numero cercato è . . . . 63 .

VOCABOLARIO ITALIANO – MATEMATICA

ITALIANO	MATEMATICA
Cifra	**Uno dei 10 simboli con cui si rappresentano i numeri** *(Il numero 37 è formato dalle cifre 3 e 7)*

In seguito commentiamo l'esercizio guidato 403.311 proposto nel libro di testo.
Chiedo agli allievi di collaborare al completamento della soluzione con interventi personali.

Problema guidato 403.311

Paolo è nato sei anni prima di Maria e tra due anni l'età di Paolo sarà il doppio di quella di Maria. Che età hanno Paolo e Maria?

<u>Soluzione</u>

Individuiamo i dati e l'obiettivo.

$$\begin{cases} Età\ Paolo = Età\ Maria + 6 \\ (Età\ Paolo)_{Fra\ 2\ anni} = 2 \cdot (Età\ Maria)_{Fra\ 2\ anni} \end{cases}$$

$Età\ Paolo = ?$

$Età\ Maria = ?$

Indichiamo l'età attuale di Maria $= x$

Il dominio dell'incognita x *è* N_0 .

L'età attuale di Paolo $= x + 6$.

Tra due anni, l'età di Maria sarà $x + 2$ *e l'età di Paolo sarà* $(x + 6) + 2$.

Anche se si tratta di problema guidato per rendere più chiara la situazione problematica disegniamo la seguente tabella:

Età attuale	
Età di Maria	x
Età di Paolo	$x + 6$

Età fra due anni	
Età di Maria	$x + 2$
Età di Paolo	$(x + 6) + 2$

Il testo del problema afferma che:

"Tra due anni l'età di Paolo sarà il doppio di quella di Maria".

Utilizzando un linguaggio misto Italiano/matematico si ha:

$(Età\ Paolo)_{Fra\ 2\ anni} = 2 \cdot (Età\ Maria)_{Fra\ 2\ anni}$

Che viene tradotta facilmente dai ragazzi nell'equazione:

$(x + 6) + 2 = 2 \cdot (x + 2)$;

$x + 6 + 2 = 2x + 4$;

$x - 2x = -6 - 2 + 4$;

$-x = -4$;

$x = 4$.

La soluzione soddisfa il dominio D dell'equazione.

Pertanto le età attuali di Maria e Paolo sono:

Età di Maria = 4 anni e l'età di Paolo = 10 anni.

La Verifica conferma questo risultato.

Età attuale	
Età di Maria	4
Età di Paolo	$4 + 6 = 10$

Età fra due anni	
Età di Maria	$4 + 2 = 6$
Età di Paolo	$(4 + 6) + 2 = 12$

CONSEGNA

Per la lezione successiva vengono assegnati i seguenti esercizi:

Esercizio 402.312

Paolo è nato 5 anni dopo Maria e fra tre anni l'età di Maria sarà il doppio di quella di Paolo. Che età hanno Paolo e Maria?

Esercizio 402.315

È possibile suddividere un insieme di 50 persone in tre gruppi, in modo che nel secondo gruppo ci siano 5 persone in più che nel primo e nel terzo gruppo ci siano il doppio delle persone che ci sono nel secondo?

Esercizio 402.317

In una classe un terzo degli allievi sono stati promossi con debito e 18 sono stati promossi senza debito. Da quanti alunni è formata la classe?

Lezione n. 4

Data	18/05/2023
Durata	60 minuti
Argomento/oggetto della lezione	Comprensione del testo di un problema e individuazione della strategia risolutiva.

Organizzazione della classe/strategie (lavoro di gruppo, discussione, laboratorio etc.)
Attraverso una lezione partecipata con l'intera classe si esamina la comprensione e la risoluzione di alcuni problemi. Si effettuano esercitazioni individuali.

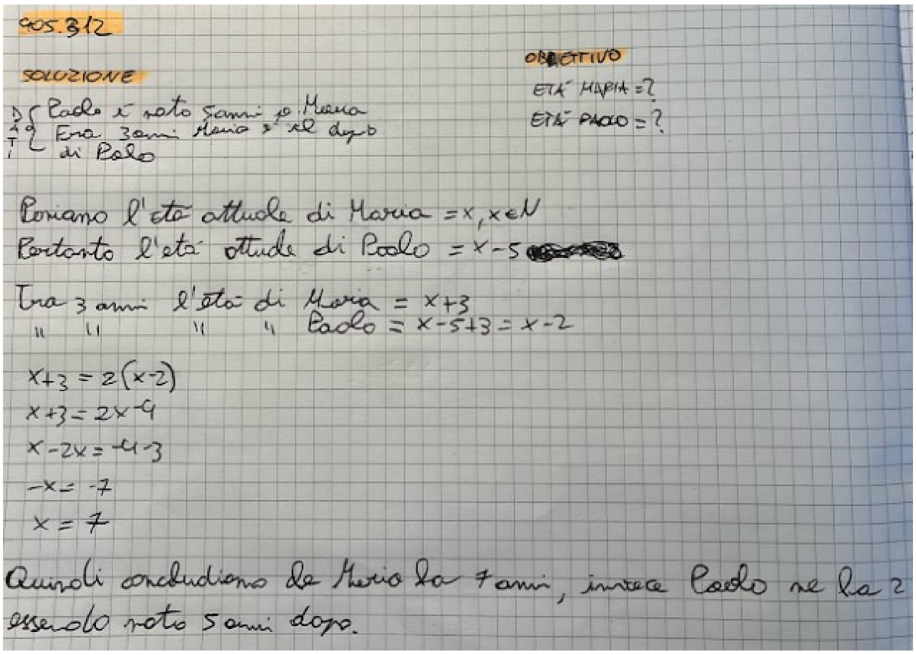
Commento/riflessione - cose che hanno funzionato, cose che non hannofunzionato rispetto a: • *aspetti disciplinari* • *strategie di mediazione* • *aspetti di organizzazione e gestione della classe e di gestione dellerelazioni* • *aspetti relativi alla motivazione e alla partecipazione degli studenti* • *aspetti relativi alla valutazione* *cosa ho fatto di diverso rispetto a quanto previsto e perché*
Bla, bla, bla, . . . Interventi confusionari DEI RAGAZZI

Diario di dettaglio*
*Ti chiediamo di narrare la lezione in maniera dettagliata con il supporto di foto**, consegna data, produzioni degli studenti, trascrizioni delle discussioni, etc* **** Campo opzionale*** *** Si raccomanda di tenere conto delle indicazioni relative alla privacy*

La quarta lezione inizia con la visione e la correzione degli esercizi assegnati per casa.

Esercizio 402.312

Paolo è nato 5 anni dopo Maria e fra tre anni l'età di Maria sarà il doppio di quella di Paolo. Che età hanno Paolo e Maria?



405.312

SOLUZIONE

DATI { Paolo è nato 5 anni dopo Maria
Fra 3 anni Maria è il doppio di Paolo

OBIETTIVO

ETÀ MARIA = ?
ETÀ PAOLO = ?

Poniamo l'età attuale di Maria $= x, x \in N$
Pertanto l'età attuale di Paolo $= x-5$
Tra 3 anni l'età di Maria $= x+3$
" " " " Paolo $= x-5+3 = x-2$

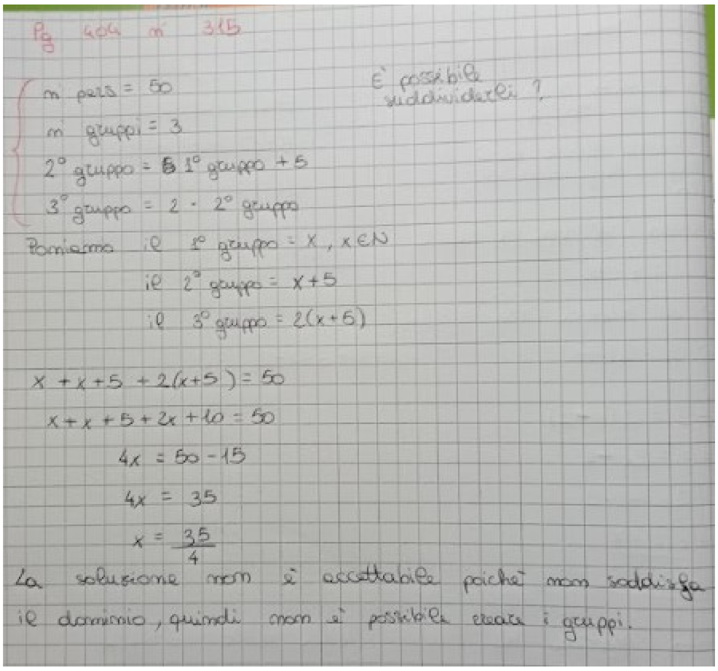
$x+3 = 2(x-2)$
$x+3 = 2x-4$
$x-2x = -4-3$
$-x = -7$
$x = 7$

Quindi concludiamo che Maria ha 7 anni, invece Paolo ne ha 2 essendo nato 5 anni dopo.

Lo studente in questo esercizio non ha utilizzato un linguaggio corretto.
Ha scritto: "Fra 3 anni Mario è il doppio di Paolo".

Esercizio 402.315

È possibile suddividere un insieme di 50 persone in tre gruppi, in modo che nel secondo gruppo ci siano 5 persone in più che nel primo e nel terzo gruppo ci siano il doppio delle persone che ci sono nel secondo?



Pg 404 n° 315

È possibile suddividerli?

n pers = 50
n gruppi = 3
2° gruppo = 1° gruppo + 5
3° gruppo = 2 · 2° gruppo

Poniamo il 1° gruppo $= x, x \in N$
il 2° gruppo $= x+5$
il 3° gruppo $= 2(x+5)$

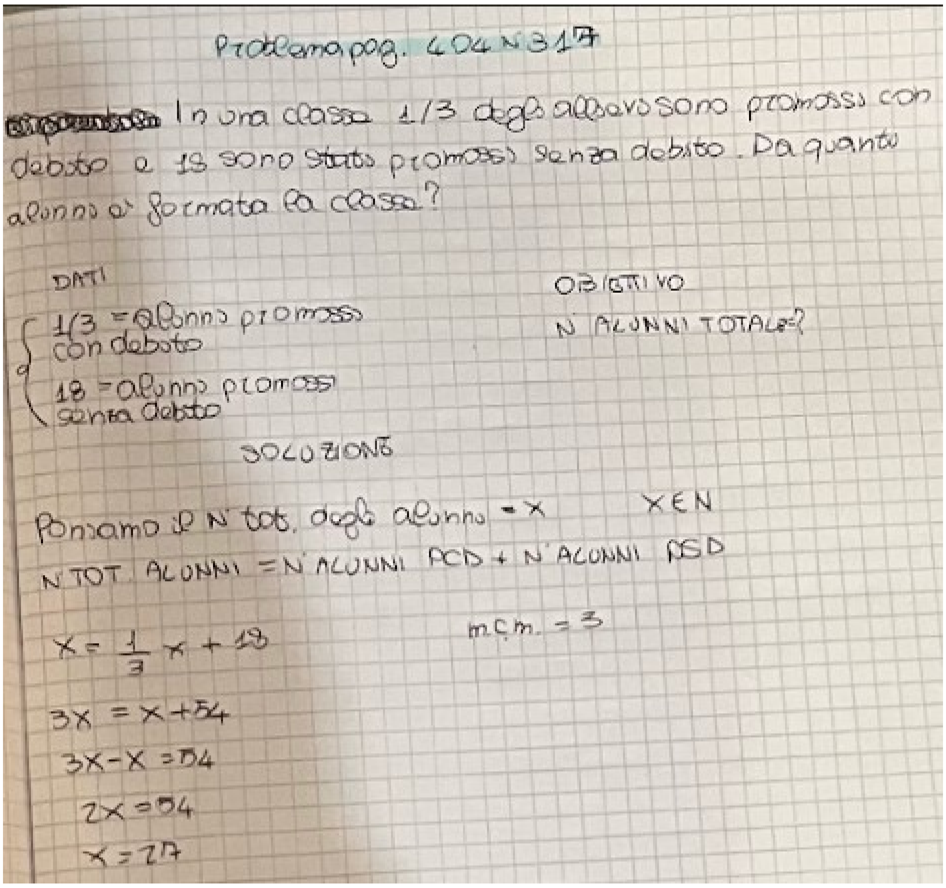
$x + x+5 + 2(x+5) = 50$
$x+x+5+2x+10 = 50$
$4x = 50-15$
$4x = 35$
$x = \frac{35}{4}$

La soluzione non è accettabile poiché non soddisfa il dominio, quindi non è possibile creare i gruppi.

Lo studente in questo esercizio non ha utilizzato un linguaggio corretto.
Ha scritto: "1° gruppo = x" anziché "Numero degli studenti del 1° gruppo = x".

Esercizio 402.317

In una classe un terzo degli allievi sono stati promossi con debito e 18 sono stati promossi senza debito. Da quanti alunni è formata la classe?



Problema pag. 404 N 317

In una classe 1/3 degli allievi sono promossi con debito e 18 sono stati promossi senza debito. Da quanti alunni è formata la classe?

DATI

1/3 = alunni promossi con debito

18 = alunni promossi senza debito

OBIETTIVO

N ALUNNI TOTALE=?

SOLUZIONE

Poniamo il N tot. degli alunni = x $x \in N$

N TOT ALUNNI = N ALUNNI PCD + N ALUNNI PSD

$x = \frac{1}{3}x + 18$ m.c.m. = 3

$3x = x + 54$

$3x - x = 54$

$2x = 54$

$x = 27$

Lo studente in questo esercizio non ha specificato se la soluzione è accettabile, non ha dato la risposta al problema e non ha effettuato la verifica della soluzione.

Passo poi ad esaminare il seguente esercizio proposto nel libro di testo.
La risoluzione del problema è demandata agli allievi.
Il mio compito è quello di guidare gli interventi degli allievi, controllare la completezza delle varie fasi dello svolgimento e la correttezza dei vari passaggi.
La trascrizione dello svolgimento viene da me effettuata sulla LIM.

Esercizio 402.325.a

Si vuole formare la somma di 8 euro utilizzando 25 monete, alcune da 20 centesimi e altre da 50 centesimi. Quante monete da 20 centesimi e quante da 50 centesimi occorrono?

Soluzione

$$\begin{cases} Somma = 8\,€ \\ N°\,Monete\ da\ 20\ cent + N°\,Monete\ da\ 50\ cent = 25 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} N°\,Monete\ da\ 20\ cent. = ? \\ N°\,Monete\ da\ 50\ cent. = ? \end{array}$$

Innanzitutto trasformiamo la $Somma = 8\,€ = 800\ centesimi\ di\ euro$

Poniamo il $N°\,Monete\ da\ 20\ cent. = x,$ *il cui dominio è* $D = \{x \in N\ /\ 0 < x < 25\}$

Otteniamo che: $N°\,Monete\ da\ 50\ cent. = 25 - x$

La relazione che interpreta la traccia è la seguente:

Somma costituita dalle monete da 20 cent + Somma costituita dalle monete da 50 cent = 800

In maniera più dettagliata diventa:

$N°\,monete\ da\ 20\ cent \cdot 20 + N°\,monete\ da\ 50\ cent \cdot 50 = \ 800$

che da origine alla formulazione della seguente equazione:

$20 \cdot x + 50 \cdot (25 - x) = 800\ ;$

che viene risolta da un allievo sulla LIM.

$20x + 1250 - 50x = 800\ ;$

$20x - 50x = 800 - 1250\ ;$

$-30x = -450\ ;$

$30x = 450\ ;$

$\frac{30x}{30} = \frac{450}{30}\ ;$

$x = 15\ .$

$Pertanto\ il\ numero\ di\ \ monete\ da\ 20\ cent. = 15\ ;$

$mentre\ il\ numero\ di\ \ monete\ da\ 50\ cent. = 25 - 15 = 10\ .$

Si conclude che per formare la somma di 8 euro occorrono 15 monete da 20 centesimi e 10 monete da 50 centesimi.

Effettuiamo la verifica: $20 \cdot 15 + 50 \cdot (25 - 15) \quad = \quad 300 + 50 \cdot 10 \quad = \quad 800\ .$

In seguito assegno da svolgere singolarmente in classe (in un tempo di 8 minuti) il seguente esercizio. Per evitare fenomeni di "copia", gli allievi compagni di banco sono obbligati a porre come incognita una grandezza diversa.

Ad esempio: *l'alunno A pone il* $N°\ Monete\ da\ 20\ cent. = x$

l'alunno B pone il $N°\ Monete\ da\ 50\ cent. = x$

Esercizio 402.325.b

Si vuole formare la somma di 8 euro utilizzando 20 monete, alcune da 20 centesimi e altre da 50 centesimi. Quante monete da 20 centesimi e quante da 50 centesimi occorrono?

Soluzione

$$\begin{cases} Somma = 8\ € \ = \ 800\ centesimi \\ N°\ Monete\ da\ 20\ cent + N°\ Monete\ da\ 50\ cent = 20 \end{cases}$$

$N°\ Monete\ da\ 20\ cent. = ?$

$N°\ Monete\ da\ 50\ cent. = ?$

Poniamo il $N°\ Monete\ da\ 20\ cent. = x$ *il cui dominio è* $D = \{x \in N \ / \ 0 < x < 20\}$

Si ottiene: $N°\ Monete\ da\ 50\ cent. = 20 - x$

Si perviene alla seguente equazione:

$20 \cdot x + 50 \cdot (20 - x) = 800\ ;$

$20x + 1000 - 50x = 800\ ;$

$20x - 50x = 800 - 1000\ ;$

$-30x = -200\ ;$

$30x = 200\ ;$

$\frac{30x}{30} = \frac{200}{30}\ ;$

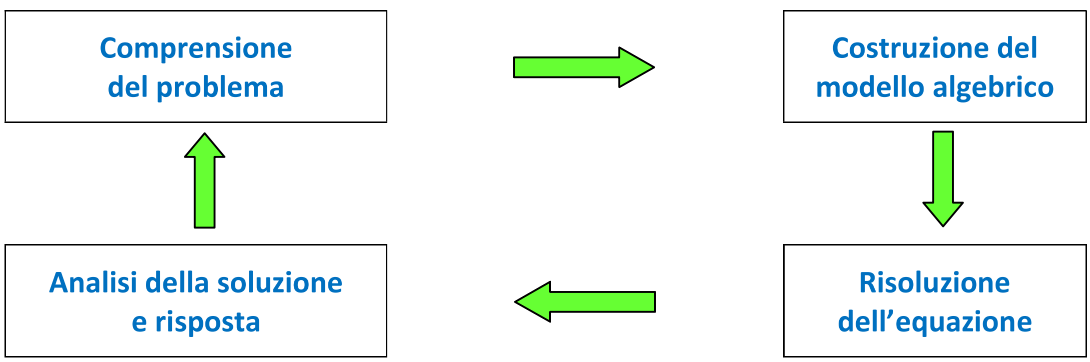
$x = \frac{20}{3}$

Sia l'alunno A sia l'alunno B di ogni coppia trova come soluzione dell'incognita una frazione impropria.

Gli allievi sono un pò perplessi, pensando di aver sbagliato qualcosa.

Li rassicuro dicendo loro che non hanno sbagliato niente, ma che devono completare tutto il percorso risolutivo.

Schema logico per la risoluzione di un problema



A questo punto l'allieva I. afferma:

"prof. la soluzione non è accettabile perché non appartiene al dominio D. Quindi il problema non ha soluzioni".

Passo poi ad esaminare i seguenti due problemi proposti nel libro di testo.
La risoluzione del problema è demandata agli allievi.
Il mio compito è quello di guidare gli interventi degli allievi, controllare la completezza delle varie fasi dello svolgimento e la correttezza dei vari passaggi.
La trascrizione dello svolgimento viene da me effettuata sulla LIM.

Esercizio 402.329

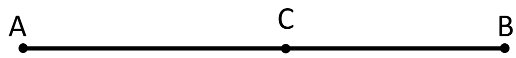
Un'auto, su un'autostrada, parte da un casello A a un certo istante, verso il casello B che dista 280 km da A; dopo 10 minuti, dal casello B parte una seconda auto che si muove in verso opposto al precedente (cioè verso il casello A). Le due auto viaggiano a una velocità che si può considerare mediamente costante e uguale a 130 km all'ora per la prima auto e di 120 km all'ora per la seconda; dopo quanto tempo dalla sua partenza la prima auto incontrerà la seconda?

Soluzione

$$\begin{cases} Spazio = 280\ km \\ Velocità_{A\to B} = 130\ km/h \\ Velocità_{B\to A} = 120\ km/h \\ Tempo_{A\to B} = Tempo_{B\to A} + 10' \end{cases} \qquad Tempo_{A\to B} = ?$$

Essendo il tempo espresso sia in minuti sia in ore, occorre trasformare nella stessa unità di misura.

Pertanto trasformiamo $t = 10' = \left(\frac{10}{60}\right)^h = \left(\frac{1}{6}\right)^h$.



Poniamo il tempo che impiega la prima auto per incontrare la seconda $= x$, $\quad x > \frac{1}{6}$.

Il tempo che impiega la seconda auto per incontrare la prima $= x - \left(\frac{1}{6}\right)^h$.

Quando le due auto si incontrano lo spazio totale percorso dalle due auto è di 280 km.

Pertanto si ha: $Spazio_{A\to B} + Spazio_{B\to A} = 280\ km$;

Dalla relazione: $velocità = \frac{spazio}{tempo}$ *si ricava la relazione* $spazio = velocità \cdot tempo$.

Riprendendo la relazione: $Spazio_{A\to B} + Spazio_{B\to A} = 280\ km$ *si ottiene:*

$velocità_{A\to B} \cdot tempo_{A\to B} + velocità_{B\to A} \cdot tempo_{B\to A} = 280$;

$130 \cdot x + 120 \cdot \left(x - \frac{1}{6}\right) = 280$;

$130x + 120x - 20 = 280$.

$250x = 300$.

$\frac{250}{250}x = \frac{300}{250}$.

$x = \frac{6}{5}$.

$x = \left(\frac{6}{5}\right)^h = (1{,}2)^h = 1^h + 0{,}2^h = 1^h + (0{,}2 \cdot 60)^h = 1^h\ 12'$.

In conclusione, il tempo che impiega la prima auto per incontrare la seconda è di $1^h\ 12'$.

Esercizio 402.337

Il prezzo di un paio di pantaloni, dopo aver subito un rialzo del 10%, è di 121 euro. Qual era il prezzo dei pantaloni prima del rialzo?

Soluzione

$\begin{cases} Prezzo\ pantaloni\ dopo\ rialzo = 121€ \\ Percentuale\ di\ aumento = 10\% \end{cases}$ $\qquad Prezzo\ originario\ pantaloni = ?$

Poniamo il Prezzo originario dei pantaloni $= x$, $\quad D = \{x \in Q \ / \ 0 < x < 121\}$.

$x + 10\%x = 121$;

$x + \frac{10}{100}x = 121$;

$x + \frac{1}{10}x = 121$;

$10x + x = 1210$;

$11x = 1210$;

$\frac{11}{11}x = \frac{1210}{11}$;

$x = 110$.

Pertanto il prezzo dei pantaloni prima del rialzo è di 110 € .

Verifica: $110 + 10\% \cdot 110 \ = \ 110 + 11 \ = \ 121$.

Consegna

Problema

Un treno A parte da una stazione e viaggia alla velocità costante di $120\,\mathrm{km/h}$. Un'ora dopo dalla stessa stazione parte un treno B, che viaggia nella stessa direzione e verso alla velocità costante di $170\,\mathrm{km/h}$. Dopo quanto tempo (in ore e minuti) il treno B raggiunge il treno A ? A che distanza dalla stazione di partenza avviene il contatto ?

Problema 403.344

Una persona ha impiegato per un anno il suo capitale in due diversi investimenti: 10000 euro sono stati impiegati in un investimento che gli ha fruttato un interesse del 6%, mentre la parte restante del capitale è stata impiegata in un investimento che gli ha fruttato un interesse pari all'8%. L'intero capitale ha fruttato un interesse di 4000 euro. Qual era il capitale?

Lezione n. 5

Data	22/05/2023
Durata	60 minuti
Argomento/oggetto della lezione	Individuazione della strategia risolutiva di un problema utilizzando tre tipi di approcci: Approccio grafico, Approccio numerico e approccio algebrico.

Organizzazione della classe/strategie (lavoro di gruppo, discussione, laboratorio etc.)
Attraverso una lezione partecipata con l'intera classe si esamina una situazione problematica utilizzando tre tipi di approcci: Approccio grafico, Approccio numerico e approccio algebrico.

Commento/riflessione - cose che hanno funzionato, cose che non hannofunzionato rispetto a:

- *aspetti disciplinari*
- *strategie di mediazione*
- *aspetti di organizzazione e gestione della classe e di gestione dellerelazioni*
- *aspetti relativi alla motivazione e alla partecipazione degli studenti*
- *aspetti relativi alla valutazione*

cosa ho fatto di diverso rispetto a quanto previsto e perché

Bla, bla, bla, . . .

Interventi confusionari DEI RAGAZZI

Diario di dettaglio*

*Ti chiediamo di narrare la lezione in maniera dettagliata con il supporto di foto**, consegna data, produzioni degli studenti, trascrizioni delle discussioni, etc*

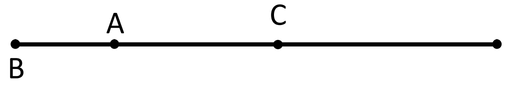
**** Campo opzionale***

*** Si raccomanda di tenere conto delle indicazioni relative alla privacy*

La quinta lezione inizia con la visione e la correzione degli esercizi assegnati per casa.

Problema

Un treno A parte da una stazione e viaggia alla velocità costante di 120 km/h. Un'ora dopo dalla stessa stazione parte un treno B, che viaggia nella stessa direzione e verso alla velocità costante di 170 km/h . Dopo quanto tempo il treno B raggiunge il treno A ? A che distanza dalla stazione di partenza avviene il contatto ?



Soluzione

$$\begin{cases} v_A = 120\ km/h \\ v_B = 170\ km/h \\ t_B = t_A - 1^h \end{cases} \qquad \begin{matrix} t_B = ? \\ \\ s_B = ? \end{matrix}$$

Poniamo il tempo che impiega il treno B per raggiungere il treno A: $t_B = x$, $x > 0$.

Essendo il treno A partito un'ora prima, nell'istante in cui viene raggiunto dal treno B è in viaggio da $t_A = x + 1$ *ore.*

Nel momento del raggiungimento, i due treni hanno percorso lo stesso spazio s.

Cioè: $S_A = S_B$

Dalla relazione: $velocità = \frac{spazio}{tempo}$ *si ricava la relazione:* $spazio = velocità \cdot tempo$.

Sostituendo nella relazione $S_A = S_B$ *si ha:*

$v_A \cdot t_A = v_B \cdot t_B$;

$120 \cdot (x+1) = 170 \cdot x$;

$120x + 120 = 170x$;

$120x - 170\,x = -120$;

$-50x = -120$;

$50x = 120$;

$\frac{50x}{50} = \frac{120}{50}$;

$x = \frac{12}{5}$.

Pertanto il treno B raggiunge il treno A dopo un tempo:

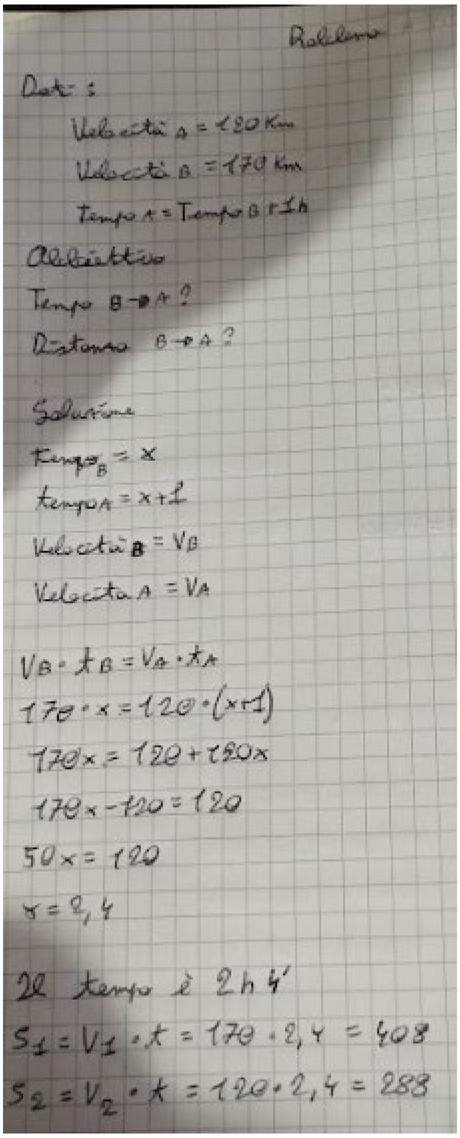
$$t_B = \left(\frac{12}{5}\right)^h = 2{,}4^h = 2^h + 0{,}4^h = 2^h + (0{,}4 \cdot 60)^I = 2^h\,24^I .$$

$2{,}4^h = 2^h + 0{,}4^h = 2^h + (0{,}4 \cdot 60)' = 2^h + 24'$

Lo spazio percorso è:

$s_B = v_B \cdot t_B = (170\ km/h) \cdot (2{,}4^h) = 408\ Km$.

$s_A = v_A \cdot t_A = (120\ km/h) \cdot (3{,}4^h) = 408\ Km$.


Problema

Dati:

Velocità $_A$ = 120 Km

Velocità $_B$ = 170 Km

Tempo $_A$ = Tempo $_B$ + 1h

Obbiettivo

Tempo B→A ?

Distanza B→A ?

Soluzione

$Tempo_B = x$

$tempo_A = x+1$

$Velocità_B = V_B$

$Velocità_A = V_A$

$V_B \cdot t_B = V_A \cdot t_A$

$170 \cdot x = 120 \cdot (x+1)$

$170x = 120 + 120x$

$170x - 120 = 120$

$50x = 120$

$x = 2,4$

Il tempo è 2h 4'

$S_1 = V_1 \cdot t = 170 \cdot 2,4 = 408$

$S_2 = V_2 \cdot t = 120 \cdot 2,4 = 288$

L'allievo commette diversi errori:

- *Nei dati la velocità viene espressa in km anziché km/h .*
- *La soluzione* $x = 2,4$ *la considera come* $2^h\,4^I$ *anziché* $2,4^h$ *.*
- *Lo spazio percorso dal treno A lo calcola come* $s_A = v_A \cdot t_A = (120\ km/h) \cdot (2,4^h)$ *mentre il tempo di percorrenza del treno A è di* $3,4^h$.

Problema 403.344

Una persona ha impiegato per un anno il suo capitale in due diversi investimenti: 10000 euro sono stati impiegati in un investimento che gli ha fruttato un interesse del 6%, mentre la parte restante del capitale è stata impiegata in un investimento che gli ha fruttato un interesse pari all'8%. L'intero capitale ha fruttato un interesse di 4000 euro. Qual era il capitale?

Soluzione

$$\begin{cases} Investimento\ 1 = 10000€ \\ Tasso\ Interesse\ 1 = 6\% \\ Tasso\ Interesse\ 2 = 8\% \end{cases} \qquad\qquad Capitale = ?$$

$Poniamo\ il\ Capitale = x\,, \qquad x > 10000\,.$

perchè

$Investimento\ 1 = 10000€$

$Investimento\ 2 = x - 10000$

$Interesse_1 + Interesse_2 = 4000\ €$

$Tasso\ Interesse\ 1 \cdot Investimento\ 1 + Tasso\ Interesse\ 2 \cdot Investimento\ 2 = 4000$

$6\% \cdot 10000 + 8\% \cdot (x - 10000) = 4000$

$$\frac{6}{100} \cdot 10000 + \frac{8}{100} \cdot (x - 10000) = 4000$$

$$600 + \frac{8}{100}x - 800 = 4000$$

$60000 + 8x - 80000 = 400000$

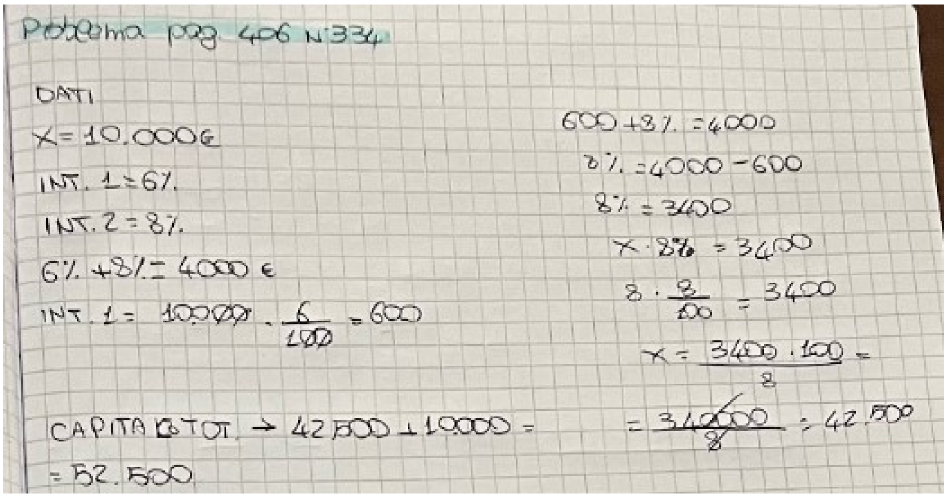
$8x = 400000 - 60000 + 80000$

$8x = 420000$

$$\frac{8x}{8} = \frac{420000}{8}$$

$x = 52500$

Il capitale iniziale era di 52500 € .


Problema pag 406 N 334
DATI
X = 10.000€
INT. 1 = 6%
INT. 2 = 8%
6% + 8% = 4000 €
INT. 1 = 10000 · 6/100 = 600
CAPITALE TOT. → 42500 + 10000 =
= 52.500
600 + 8% = 4000
8% = 4000 − 600
8% = 3400
x · 8% = 3400
8 · 8/100 = 3400
x = 3400 · 100 / 8 =
= 340000 / 8 = 42.500

L'allieva ha risolto il problema con le percentuali anziché con il modello delle equazioni.

Ha usato un linguaggio algebrico non corretto.

Il fatto di dare la soluzione del problema su due colonne crea un pò di confusione nella lettura.

Passo poi ad esaminare il seguente problema proposto nel libro di testo.

Esercizio 404.319
Una compagnia telefonica A fa pagare un canone mensile fisso di 10 euro a cui va aggiunto un costo di 8 centesimi per ogni minuto di conversazione. Un'altra compagnia B fa pagare un canone mensile fisso di 15 euro a cui va aggiunto un costo di 6 centesimi per ogni minuto di conversazione. Quanti minuti si dovrebbe conversare in un mese per pagare la stessa cifra sia con l'una che con l'altra compagnia?

Affronta il problema secondo tre approcci diversi.

a. Approccio grafico.
Scrivi le espressioni analitiche delle funzioni f (x) e g (x) che esprimono il costo complessivo mensile che occorre sostenere rispettivamente con la prima e la seconda compagnia, in funzione del numero x di minuti di conversazione. Traccia con GeoGebra i grafici delle due funzioni e confrontali.

b. Approccio numerico.
Realizza con il foglio di calcolo di GeoGebra una tabella dove:
– nella prima colonna siano riportati i minuti di conversazione (espressi da un numero intero, fino a un massimo di 500 minuti);
– nella seconda e nella terza colonna siano riportati, in corrispondenza di ciascuna riga, i corrispondenti costi mensili da sostenere rispettivamente con la prima e la seconda compagnia.
Rispondi alla domanda posta dal problema, analizzando i dati numerici della tabella.
c. Approccio algebrico.
Traduci il problema in un'opportuna equazione e risolvila.

a. Approccio grafico.

Lo svolgimento secondo questa metodologia viene da me effettuata sulla LIM passo passo, dando il tempo agli alunni per prendere appunti da utilizzare come guida nei prossimi esercizi.

Innanzitutto trascrivo i dati del problema in una tabella riassuntiva che evidenzia più chiaramente la situazione problematica.

DATI	COMPAGNIA A	COMPAGNIA B
	Quota fissa 10 euro	Quota fissa 15 euro
	8 cent/min	6 cent/min

OBIETTIVO
Spesa Compagnia A = *Spesa Compagnia B*

Poniamo il n° dei minuti $= x$ *il cui dominio è* N_0 .

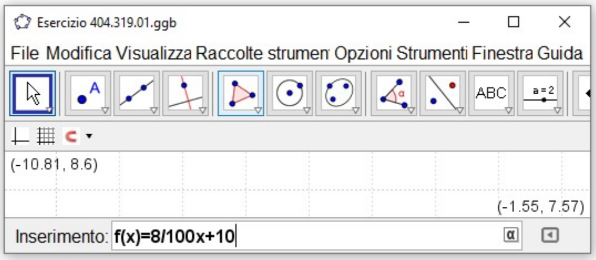
La funzione costo della prima compagnia A è: $f(x) = \frac{8}{100}x + 10$

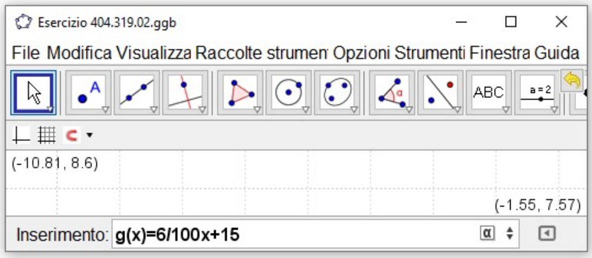
La funzione costo della seconda compagnia è: $g(x) = \frac{6}{100}x + 15$

Utilizzando GeoGebra traccio i grafici delle due funzioni.

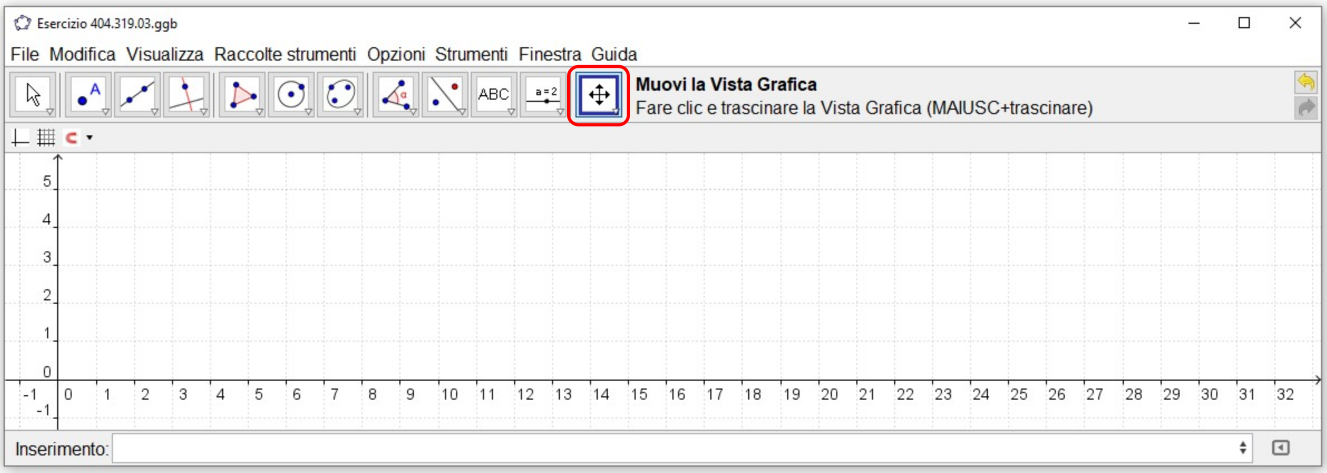
Inserisco nella barra di inserimento di Geogebra la prima funzione e premo INVIO:

Inserisco nella barra di inserimento di Geogebra la seconda funzione e premo INVIO:



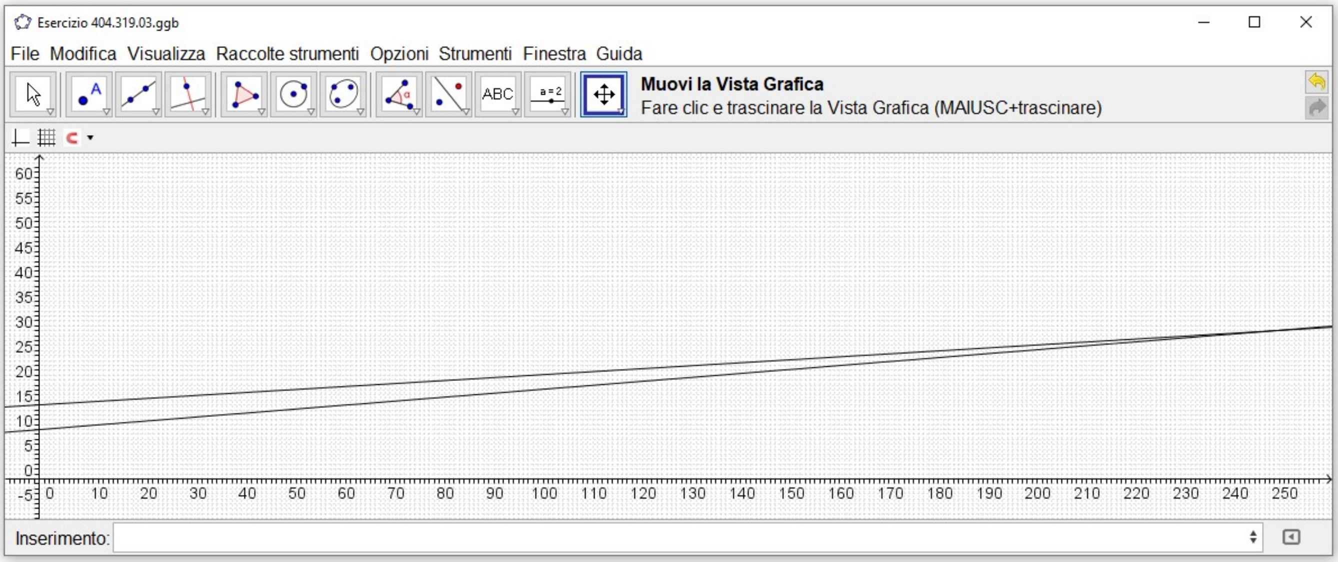


Dopo aver inserito le due funzioni i grafici non risultano visibili.



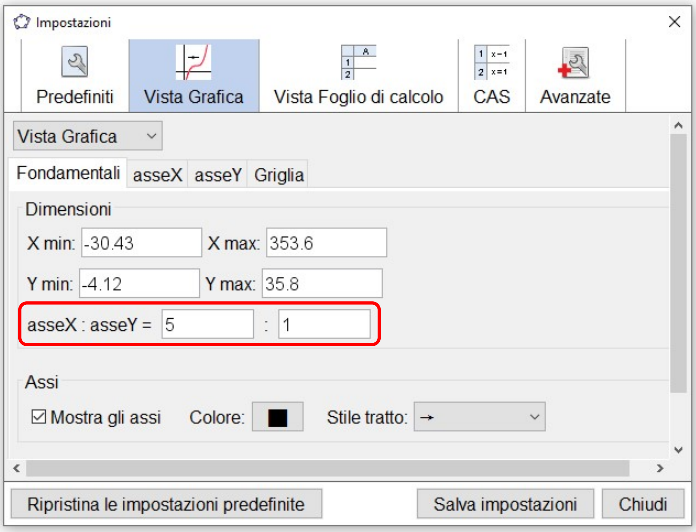
Utilizzo quindi lo strumento zoom per visualizzarli (muovo la rotellina del mouse)

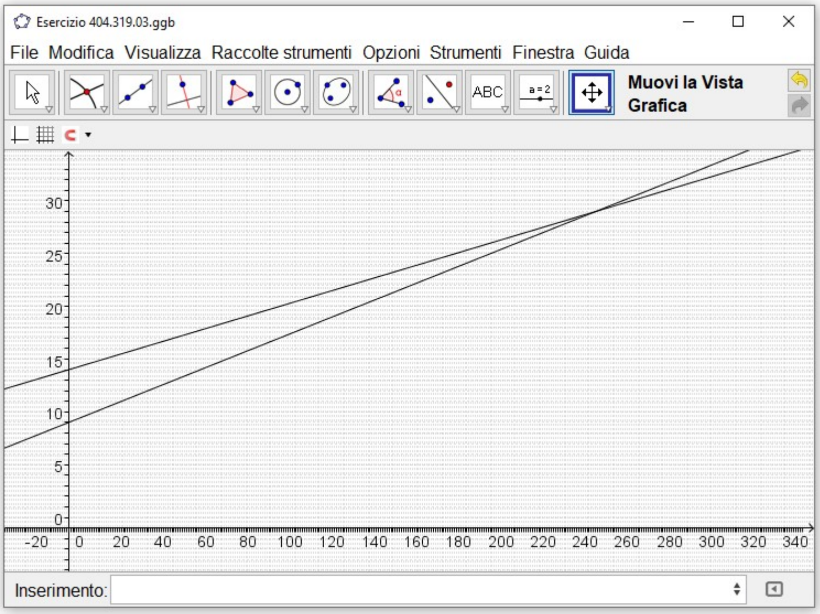
Utilizzo anche il pulsante <Muovi la Vista Grafica> per centrare il grafico.



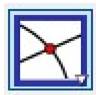
Per visualizzare meglio il punto di contatto delle due semirette (occorre considerare solo $x > 0$) clicco con il tasto destro del mouse sull'asse x e modifico

il rapporto di visualizzazione asse x : asse y da $1:1$ *a* $5:1$.

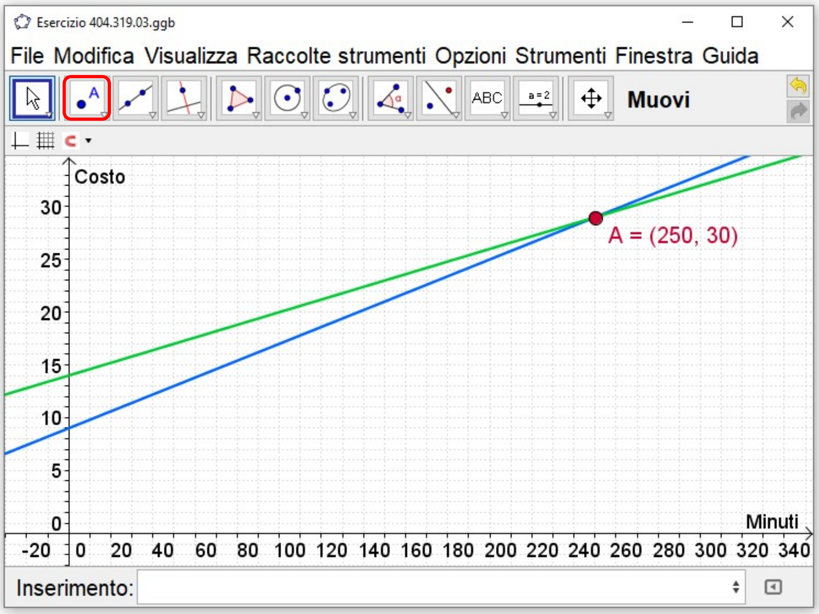




Per determinare il punto di contatto fra le due rette utilizzo il pulsante "Intersezione di due oggetti"



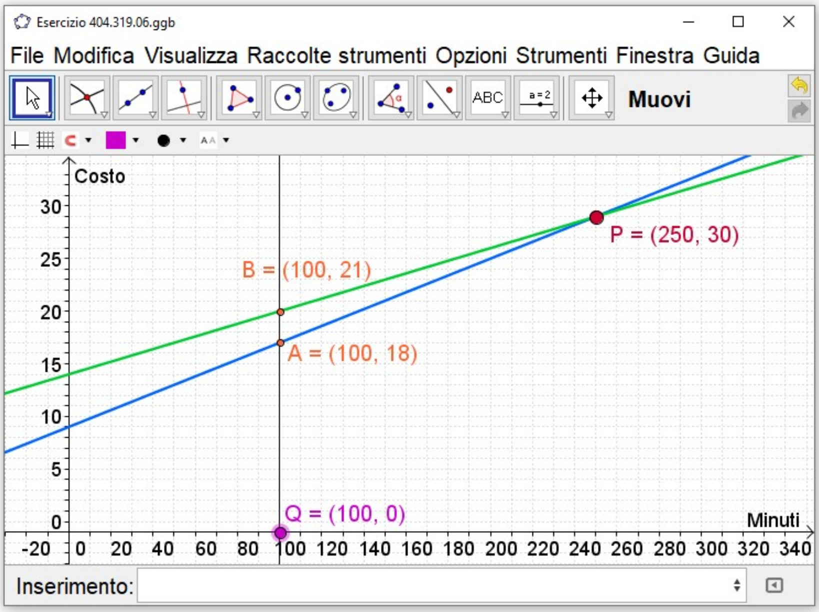
Per migliorare il grafico cambio il colore delle due rette e del punto di contatto cliccando su di essi con il tasto destro del mouse e selezionando la voce "Proprietà" nel menu contestuale che si apre.



Traccio poi una retta perpendicolare all'asse x con il pulsante "Retta perpendicolare" e trovo le intersezioni di questa retta con le due rette precedenti con il pulsante "Intersezione di due oggetti".

Faccio osservare ai ragazzi che muovendo questa retta perpendicolare cambiano i costi delle due compagnie telefoniche.

Nel grafico a lato, per 100 minuti di conversazione si spendono:
18 € con la compagnia A
21 € con la compagnia B



Per un numero di minuti inferiore a 250 conviene la compagnia A

Per un numero di minuti uguale a 250 i costi si equivalgono. Questo punto è detto punto di Indifferenza.

Per un numero di minuti superiore a 250 conviene la compagnia B

Il file di Geogebra è a disposizione degli studenti su Classroom, per successive esplorazioni e rielaborazioni per la stessa classe di problemi.

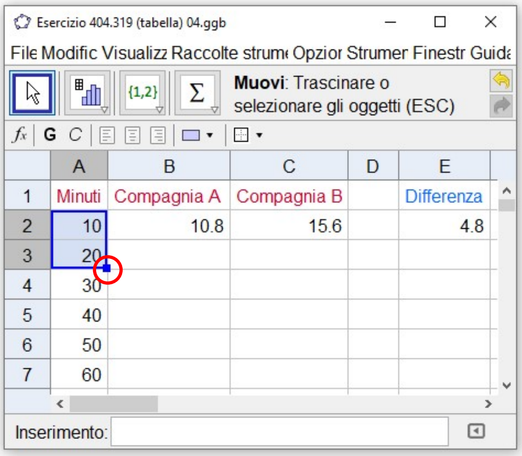
http://www.mimmocorrado.it/mat/alg/eq/Esercizio%20404.319%20(Grafico).rar

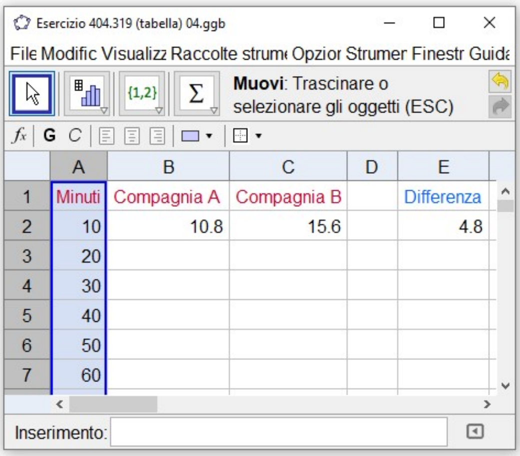
b. Approccio numerico.

b. Approccio numerico.
Realizza con il foglio di calcolo di GeoGebra una tabella dove:
– nella prima colonna siano riportati i minuti di conversazione (espressi da un numero intero, fino a un massimo di 500 minuti);
– nella seconda e nella terza colonna siano riportati, in corrispondenza di ciascuna riga, i corrispondenti costi mensili da sostenere rispettivamente con la prima e la seconda compagnia.
Rispondi alla domanda posta dal problema, analizzando i dati numerici della tabella.

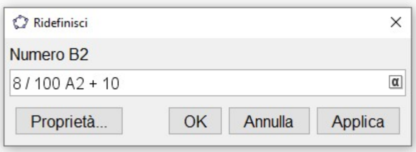
In questo approccio numerico non seguo pedissequamente il procedimento suggerito dal libro.
Per evitare di compilare una tabella con 500 righe, nella prima colonna riporto i minuti di conversazione espressi da numeri multipli del 10, fino a un massimo di 500 minuti, così da ridurre a 50 le righe da compilare.
Inserisco nella cella $A1 \leftarrow Minuti$
Inserisco nella cella $B1 \leftarrow Compagnia\ A$
Inserisco nella cella $C1 \leftarrow Compagnia\ B$
Inserisco nella cella $E1 \leftarrow Differenza$
Inserisco nella cella $A2 \leftarrow 10$
Inserisco nella cella $A3 \leftarrow 20$
Seleziono con il mouse le celle A2 e A3

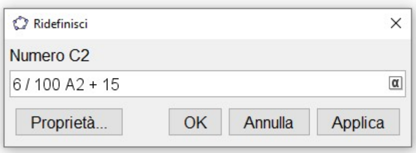
Clicco sul quadratino che compare in basso a destra della selezione effettuata e trascino il mouse fino alla 51 riga. Geogebra compila per noi il resto della colonna dei minuti fino a 500 minuti.

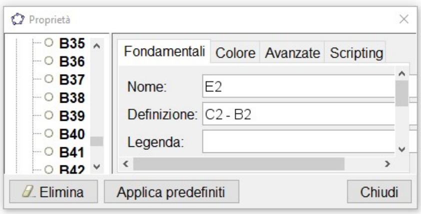




Inserisco la funzione $f(x)$ *nella cella* $B2 \leftarrow 8/100 * A2 + 10$
Inserisco la funzione $g(x)$ *nella cella* $C2 \leftarrow 6/100 * A2 + 15$
Inserisco la funzione $g(x)$ *nella cella* $E2 \leftarrow = C2 - B2$







Seleziono con il mouse la cella B2

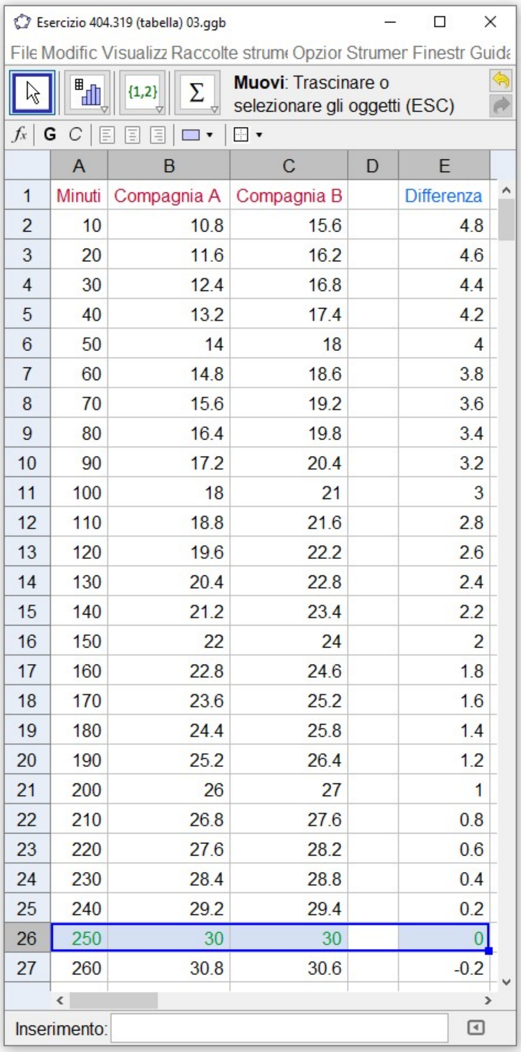
Clicco sul quadratino che compare in basso a destra della selezione effettuata e trascino il mouse fino alla 51 riga. Geogebra compila per noi il resto della funzione $f(x)$ della Compagnia A fino alla 51 riga.

Seleziono con il mouse la cella C2

Clicco sul quadratino che compare in basso a destra della selezione effettuata e trascino il mouse fino alla 51 riga. Geogebra compila per noi il resto della funzione $g(x)$ della Compagnia B fino alla 51 riga.

Seleziono con il mouse la cella E2

Clicco sul quadratino che compare in basso a destra della selezione effettuata e trascino il mouse fino alla 51 riga. Geogebra compila per noi il resto della formula in essa contenuta fino alla 51 riga.



	A	B	C	D	E
1	Minuti	Compagnia A	Compagnia B		Differenza
2	10	10.8	15.6		4.8
3	20	11.6	16.2		4.6
4	30	12.4	16.8		4.4
5	40	13.2	17.4		4.2
6	50	14	18		4
7	60	14.8	18.6		3.8
8	70	15.6	19.2		3.6
9	80	16.4	19.8		3.4
10	90	17.2	20.4		3.2
11	100	18	21		3
12	110	18.8	21.6		2.8
13	120	19.6	22.2		2.6
14	130	20.4	22.8		2.4
15	140	21.2	23.4		2.2
16	150	22	24		2
17	160	22.8	24.6		1.8
18	170	23.6	25.2		1.6
19	180	24.4	25.8		1.4
20	190	25.2	26.4		1.2
21	200	26	27		1
22	210	26.8	27.6		0.8
23	220	27.6	28.2		0.6
24	230	28.4	28.8		0.4
25	240	29.2	29.4		0.2
26	250	30	30		0
27	260	30.8	30.6		-0.2

Dall'analisi della tabella si ricava che:

Per un numero di minuti inferiore a 250 conviene la compagnia A

Per un numero di minuti uguale a 250 i costi si equivalgono. Questo punto è detto punto di Indifferenza o di pareggio.

Per un numero di minuti superiore a 250 conviene la compagnia B

Il file di Geogebra è a disposizione degli studenti su Classroom, per successive esplorazioni e rielaborazioni per la stessa classe di problemi.

[*http://www.mimmocorrado.it/mat/alg/eq/Esercizio%20404.319%20(Tabella).rar*](http://www.mimmocorrado.it/mat/alg/eq/Esercizio%20404.319%20(Tabella).rar)

c. Approccio algebrico.

La risoluzione del problema è demandata agli allievi.
Il mio compito è quello di guidare gli interventi degli allievi, controllare la completezza delle varie fasi dello svolgimento e la correttezza dei vari passaggi.
La trascrizione dello svolgimento viene da me effettuata sulla LIM.

Pagare la stessa cifra sia con l'una che con l'altra compagnia si traduce nella seguente relazione:

$Costo\ della\ compagnia\ A = \ Costo\ della\ compagnia\ B$;

Ponendo il numero dei minuti di conversazione $= x$ *con dominio* $D = N_0$,

si ottiene la seguente equazione:

$\frac{8}{100}x + 10 = \frac{6}{100}x + 15$;

$8x + 1000 = 6x + 1500$;

$8x - 6x = 1500 - 1000$;

$2x = 500$;

$x = 250$.

Pertanto si paga la stessa cifra con l'una che con l'altra compagnia se si conversa per 250 minuti al mese.

Consegna

Problema

Per il noleggio settimanale di un'automobile è possibile scegliere fra tre diverse agenzie:

- l'agenzia "Azzurra" chiede una quota fissa di 12€ e una tariffa di 0,75€ al kilometro percorso;
- l'agenzia "Rossa" chiede una quota fissa di 18€ e una tariffa di 0,50€ al kilometro percorso;

Stabilisci quanti kilometri si dovrebbero percorrere per pagare la stessa somma sia con l'una sia con l'altra compagnia.

Affronta il problema secondo tre approcci diversi.

a. Approccio grafico.
Scrivi le espressioni analitiche delle funzioni f (x) e g (x) che esprimono il costo complessivo mensile che occorre sostenere rispettivamente con la prima e la seconda compagnia, in funzione del numero x di minuti di conversazione. Traccia con GeoGebra i grafici delle due funzioni e confrontali.

b. Approccio numerico.
Realizza con il foglio di calcolo di GeoGebra una tabella dove:
– nella prima colonna siano riportati i minuti di conversazione (espressi da un numero intero, fino a un massimo di 500 minuti);
– nella seconda e nella terza colonna siano riportati, in corrispondenza di ciascuna riga, i corrispondenti costi mensili da sostenere rispettivamente con la prima e la seconda compagnia.
Rispondi alla domanda posta dal problema, analizzando i dati numerici della tabella.
c. Approccio algebrico.
Traduci il problema in un'opportuna equazione e risolvila.

Esercizio 407.361
Dato un segmento AB che misura 12 cm, determina su di esso un punto P in modo che il quadrato costruito su PB abbia perimetro che supera di 23 cm i 3/4 del perimetro del triangolo equilatero costruito su AP.
Guida all'interpretazione del testo
1. «Determinare un punto P sul segmento AB» significa determinare in modo univoco la posizione del punto, ossia determinare la distanza di P da A o da B.
2. Con l'espressione «quadrato costruito su PB» si indica uno dei quadrati di lato PB; analogamente va intesa l'espressione «triangolo costruito su AP».

Strumenti

Esercizi tratti dalle prove INVALSI (allegato)

Bibliografia e sitografia

Libro di testo
Colori della matematica - Edizione BLU – Volume 1
Leonardo Sasso - Claudio Zanone
DeaScuola / Petrini

Sitografia

http://www.scuolavalore.indire.it/nuove_risorse/le-parole-del-problema/
http://www.umi-ciim.it/materiali-umi-ciim/secondo-ciclo/