IL METODO SCIENTIFICO

Che cos'è la fisica ?

Il termine **fisica** deriva dal latino **physica**, a sua volta derivante dal greco **physis** che significa “natura”.

La fisica è la scienza che studia quantitativamente i fenomeni naturali *(movimento dei corpi, il calore, la luce, la corrente elettrica, ...)* e le leggi che li governano.

I fenomeni studiati dalla fisica coprono lunghezze e tempi dall'infinitamente piccolo *(particelle subatomiche)* all'infinitamente grande *(le galassie e la vastità cosmica dello spazio e del tempo in cui l’universo si muove)*.

Le **leggi fisiche** sono relazioni matematiche *(formule ed equazioni)* tra le grandezze fisiche *(lunghezza, tempo, massa, ...)* che descrivono il fenomeno.

L'insieme dei principi e delle leggi fisiche relative ad una certa classe di fenomeni definiscono una **teoria** *(meccanica, termodinamica, elettromagnetismo, …)* in grado di dare una spiegazione generale di molte leggi sperimentali.

L’insieme delle teorie costituiscono un **modello** che descrive il mondo che ci circonda.

Le leggi della fisica riflettono la nostra attuale comprensione, in continuo divenire, del mondo in cui viviamo. Il lavoro di ricerca non termina mai: nuove conoscenze si aggiungono a quelle note, nuove teorie vengono ideate per dare una spiegazione migliore o alternativa di un insieme di fenomeni.

Quando nuove teorie stravolgono vecchie teorie, cambiando l’immagine del mondo accreditata sino a quel momento si parla di rivoluzione scientifica.

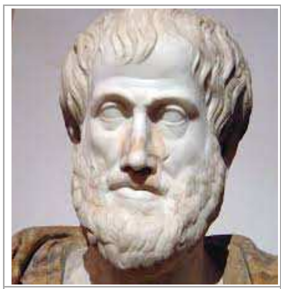
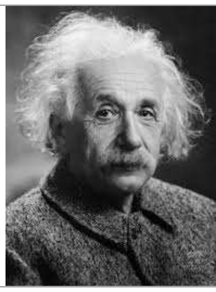
Da ricordare:

La **rivoluzione scientifica del seicento** che rivoluzionò la **fisica aristotelica** e diede origine con Galileo alla **fisica classica**.

Le leggi e i principi che descrivono il moto dei corpi e le cause (forze) che lo determinano, definiti dalla meccanica, per opera di I. Newton, 1642-1727), l'inquadramento dei fenomeni elettromagnetici attraverso la teoria dell'elettromagnetismo, elaborata da J.C. Maxwell (1831-1879), le leggi relative ai fenomeni legati al calore e le leggi dell'ottica.

La **rivoluzione scientifica del novecento** che rivoluzionò la **fisica classica** e diede origine con la teoria della relatività o della meccanica quantistica alla **fisica moderna**.

L'impostazione concettuale della fisica classica subisce profonde modificazioni, conseguenti da un lato dall'elaborazione, per opera di A. Einstein (1879-1955), della teoria della relatività (che apporta correzioni alla meccanica classica quando intervengono velocità prossime a quella della luce) e dall'altro alla formulazione della meccanica quantistica, che interpreta i fenomeni a livello atomico in base alla nozione di quanti di energia, introdotta da Max Planck (1858-1947): nella visione quantistica la causalità deterministica, pilastro delle teorie fisiche classiche, secondo cui il comportamento di un sistema fisico può essere perfettamente determinato a partire dalle sue condizioni iniziali, lascia il posto alla probabilità.

				
Aristotele	*Isaac Newton*	*James Clerk Maxwell*	*Albert Einstein*	*Max Planck*

A che cosa serve la fisica ?

É facile pensare che la fisica serva a ben poco nella vita quotidiana. **Niente di più falso !!!**

I grandi progressi dell'uomo sono infatti dovuti in buona parte proprio alla fisica. La moderna tecnologia è nata da applicazioni pratiche delle idee e delle scoperte della fisica.

Molte tecnologiche sono state inventate e messe a punto da fisici che ne avevano bisogno per le loro ricerche. Spesso nuove tecnologie sono nate perché i fisici nelle loro ricerche hanno scoperto nuove proprietà, nuove caratteristiche della materia o nuovi fenomeni.

Alcuni importanti esempi di tecnologie originate dalle scoperte dei fisici sono:

- La radio, la lampadina, il telefono, il motore elettrico, ... nate dalla scoperta dell'elettromagnetismo alla fine dell'ottocento.
- lo studio dei semiconduttori, negli anni quaranta del secolo scorso, ha permesso lo sviluppo del transistor e della microelettronica: *computer, satelliti artificiali, telecomunicazioni, internet ...*.
- Lo studio delle particelle atomiche ha consentito di costruire ordigni bellici di inaudita potenza *(bomba atomica)*.

Nel campo della medicina sono da ricordare:

- La radiografia, dovuta alla scoperta dei raggi X da parte del fisico Wilhelm Conrad Röntgen (1895).
- L'ecografia, dovuta alla scoperta degli ultrasuoni dallo studente universitario D. Griffin (1938).
- La TAC (tomografia assiale computerizzata- 1972) moderna evoluzione della radiografia;
- la RMN (Risonanza Magnetica Nucleare - 1946) che sfrutta il fenomeno della risonanza magnetica;
- la PET (Positron Emission Tomography) che sfrutta il fenomeno delle radiazioni ionizzanti (onde elettromagnetiche o particelle subatomiche capaci di ionizzare la materia).
- Macchine che permettono di diagnosticare, in maniera non invasiva, malattie visualizzando un'immagine a tre dimensioni dell'interno del corpo umano.
- Macchine per la cura dei tumori che utilizzano le conoscenze della fisica delle particelle.

La fisica aristotelica

Nel mondo antico i fenomeni naturali e i moti dei corpi erano spiegati dalla **Fisica aristotelica**.

Aristotele, (384-322 a.C.) fu uno dei più grandi filosofi greci. Concepì la fisica come un complesso di scienze includenti l'astronomia, la medicina, la botanica, la zoologia, ecc. L'indagine filosofica della natura di Aristotele si sviluppava mediante ragionamenti logici, *senza il ricorso a verifiche sperimentali*. La fisica aristotelica era di tipo qualitativo e non quantitativo, dal momento che non conteneva formule matematiche.

L'opera di Aristotele costituì, per quasi 2000 anni, una vera e propria enciclopedia del sapere. Le teorie aristoteliche furono fatte proprie dalla Chiesa cattolica e divennero un dogma *(Principio fondamentale, verità universale e indiscutibile)*.

La spiegazione aristotelica del mondo prevedeva una distinzione netta tra corpi terrestri e corpi celesti.

I **corpi celesti** erano costituiti da una materia sottilissima, perfetta e incorruttibile: l'etere.

I corpi celesti *(Luna, Mercurio, Venere, Sole, Marte, Giove, Saturno e le "stelle fisse")* erano incastonati in sfere rigide concentriche rotanti in modo uniforme attorno alla Terra *(teoria geogentrica)*.

Nella sfera più esterna si trovavano le stelle fisse, in quella più interna si trovava la luna.

Il cosmo *(dal Greco kòsmos che significa ordine)* appariva racchiuso entro confini precisi, aveva un alto e un basso assoluti, una destra e una sinistra.

I **corpi terrestri** invece erano soggetti a generazione e corruzione e quindi considerati né perfetti né eterni.

I corpi terrestri erano costituiti da 4 elementi: **terra**, **acqua**, **aria** e **fuoco**.

Ciascuno di questi 4 elementi aveva un luogo naturale nel quale si trovava.

Se una parte di essi ne veniva allontanata, essa tendeva a ritornarvi con un moto naturale, ripristinando il suo stato di quiete.

Corpo terrestre	Direzione e verso del moto naturale
Fuoco	↑
Aria	↑
Acqua	↓
Terra	↓

Esistevano due tipi di movimenti:

1. moti naturali
2. moti violenti.

I **moti naturali** erano quei moti che seguivano la direzione e il verso del moto naturale dell'elemento.

I **moti violenti** erano quei moti che non seguivano la direzione e il verso del moto naturale dell'elemento.

Moto naturale	Moto violento
	
Mela che cade da un albero	*Lancio di una palla*

Il problema del lancio di una palla era però in contrasto con la spiegazione aristotelica. Non si capiva quale fosse la causa che mantenesse il corpo in movimento, anche quando era terminata l'azione della forza agente. Per risolvere questo e Giovanni Buridano propose la **teoria dell'impetus** *(la causa del movimento era dato dallo slancio che la mano imprimeva all'oggetto e al quale si incorporava per continuare la spinta necessaria al movimento)*.

Solo 2000 anni dopo, Galileo diede una corretta spiegazione del fenomeno.

La fisica classica

La nascita della **Fisica Classica** viene collocata nel 1600 con gli studi dello scienziato pisano **Galileo Galilei** .

Galileo Galilei (1564-1642) fu il primo ad avere un'idea ben definita della natura di questa scienza e di come doveva essere studiata.

Lo scienziato pisano sostiene che occorre considerare i fenomeni naturali nei loro aspetti quantitativi, cioè misurabili, come: la forma, le dimensioni, i movimenti, la collocazione nello spazio e nel tempo.

Galileo afferma che la natura è scritta in linguaggio matematico, e mediante questo linguaggio la si deve indagare.

La posizione di Galileo determina un capovolgimento della logica usata per spiegare i fenomeni naturali: la realtà che vediamo è spiegata attraverso ciò che non vediamo *(le relazioni matematiche)*.

Galileo sostiene la **teoria eliocentrica** di Copernico, secondo cui la Terra ruota intorno al Sole e non viceversa. Per questa sua posizione fu perseguitato e condannato dalla Chiesa.

Galileo è noto soprattutto perché delineò un nuovo modo di procedere nell'indagine scientifica della natura, noto come **metodo scientifico**.

Il metodo scientifico

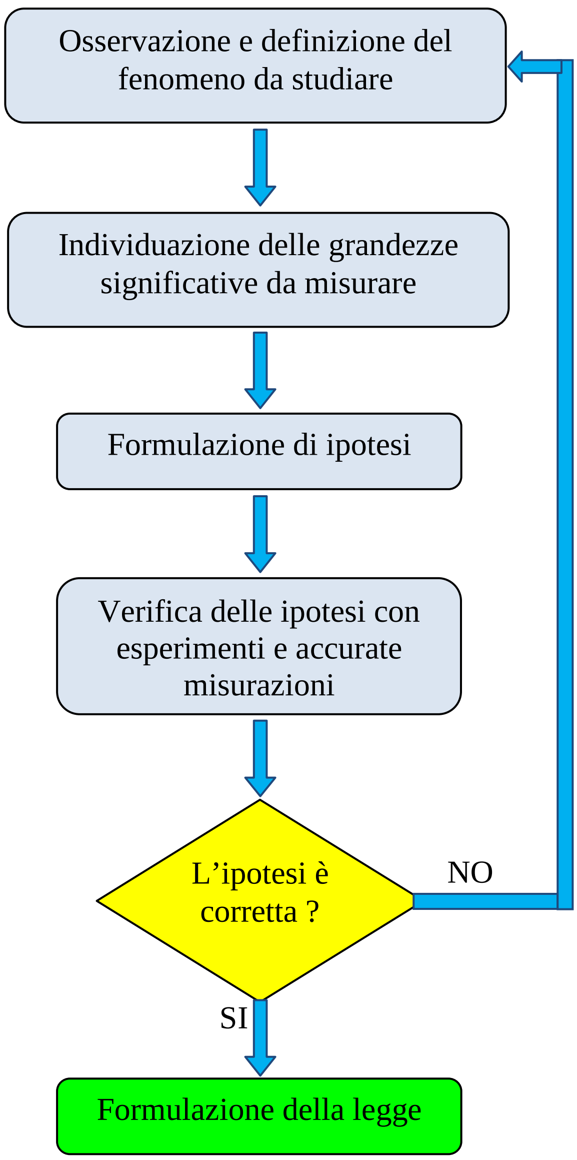
Galileo fornì le linee guida di un nuovo metodo di indagine della natura *(metodo scientifico)*:

- i fenomeni vanno studiati nei loro aspetti *misurabili* (forma, dimensioni, peso, movimento)
- è necessario *semplificare* il fenomeno da studiare per coglierne gli aspetti essenziali
- occorre costruire *ipotesi* per interpretare il fenomeno e verificarle sperimentalmente
- i risultati trovati vanno espressi attraverso *leggi fisiche*, scritte in linguaggio matematico.

Lo studio di un fenomeno utilizzando il metodo scientifico avviene mediante la seguente procedura:

1. osservare con attenzione il fenomeno naturale da studiare in tutte le sue casistiche
2. individuare le grandezze significative del problema e definire le relative unità di misura
3. proporre un'ipotesi su come avviene il fenomeno fornendo eventualmente un'espressione matematica
4. progettare ed effettuare diversi esperimenti per verificare le ipotesi proposte
5. se le ipotesi sono verificate esporre l'espressione matematica del fenomeno, altrimenti modificare opportunamente le ipotesi e ripetere gli esperimenti.

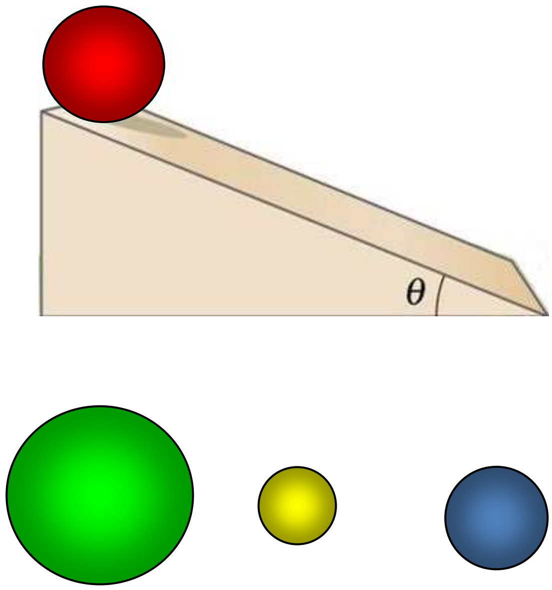
Galileo non scrisse mai un trattato sul metodo, e non chiarì mai quali fossero esattamente i legami tra quelle che lui chiamava le "sensate esperienze" *(gli esperimenti)* e le "matematiche dimostrazioni" *(le leggi che regolano i fenomeni, scritte in forma matematica)*, ma le procedure che egli seguì nell'indagine della natura sono state ricavate indirettamente dai suoi scritti e costituiscono a tutt'oggi la base di ogni seria metodologia scientifica.



ESPERIMENTO – Caduta di un corpo

Per eseguire l'esperimento della caduta di un corpo occorre:

1. individuare le grandezze fisiche che descrivono il fenomeno: la *lunghezza* del piano inclinato, il *tempo* impiegato dalle palline nel percorso di caduta, la *massa* delle palline;
2. scegliere:
   - gli **apparati tecnici**: piano inclinato e palline di diverso materiale;
   - gli **strumenti di misura**: metro, cronometro, bilancia a due piatti
3. effettuare vari esperimenti registrando su una tabella le misure delle grandezze fisiche ottenute nelle varie prove utilizzando palline di diversa massa e con differenti inclinazioni del piano inclinato;
4. avanzare un'ipotesi di spiegazione del fenomeno: *"il tempo di caduta, a parità di inclinazione del piano, non dipende dalla massa della pallina"*;
5. analizzare i dati registrati e confermare o meno l'ipotesi avanzata.

Apparati tecnici	Strumenti di misura
	  

Grandezze fisiche

Per studiare un fenomeno naturale, utilizzando il metodo scientifico, occorre individuare le sue caratteristiche quantitative e misurarle.

Una **grandezza fisica** è una qualunque caratteristica di un oggetto o di un fenomeno che può essere misurata, cioè espressa attraverso un numero e un'unità di misura.

Esempi di grandezze fisiche sono la lunghezza, la massa, la temperatura. Una proprietà come la bellezza, invece, non è una grandezza fisica perché non può essere né misurata né quantificata in modo oggettivo.

Misurare significa confrontare una grandezza fisica con una grandezza campione detta **unità di misura** e stabilire quante volte l'unità di misura è contenuta nella grandezza data.

Esempio

Se confrontiamo la lunghezza del corridoio della scuola con la grandezza campione della lunghezza (il metro) e verifichiamo che occorrono 35 di questi campioni per coprire l'intero corridoio, si dice che il corridoio ha una lunghezza di $35\ m$.

Definizione operativa di una grandezza fisica

La definizione operativa di una grandezza fisica consiste:

- nello stabilire un **procedimento di misura** della grandezza;
- nello scegliere un campione, un'**unità di misura** per misurarla.

Il procedimento di misura consiste in un insieme di norme, applicabili da qualunque sperimentatore, che descrivono come effettuare la misura della grandezza fisica.

Il campione deve soddisfare due requisiti fondamentali:

- deve essere facilmente **riproducibile**
- deve essere **invariabile** da un luogo ad un altro e nel tempo, in modo che sia garantito lo stesso risultato tutte le volte che lo si confronta con la medesima grandezza.

Il Sistema Internazionale di Unità di misura

L'unità di misura può essere scelta in modo arbitrario ($pollice = 2{,}54\ cm$, $piede = 30{,}48\ cm$, ecc.), ma, per poter comunicare efficacemente i risultati, si ricorre a un sistema di unità di misure riconosciuto dalla comunità scientifica internazionale: il **Sistema Internazionale di unità** (**SI**).

Il sistema è nato nel 1889 con la 1ª C.G.P.M. (1ª Conferenza Generale dei Pesi e delle Misure di Parigi). Il sistema si chiamava "Sistema MKS" perché comprendeva solo le unità fondamentali di lunghezza (**metro**), di massa (**chilogrammo**) e di tempo (**secondo**).

Nel 1935 fu introdotta, su proposta del fisico italiano Giovanni Giorgi, una quarta unità di misura fondamentale: l'ohm (unità di misura della resistenza elettrica), poi sostituta (nel 1946) dall'**ampere** (unità di misura dell'intensità della corrente elettrica).

Nel 1954 la comunità scientifica internazionale ha aggiunto il **kelvin** (unità di misura della temperatura) e la **candela** (unità di misura della intensità luminosa).

Nel 1960 l'11ª C.G.P.M. ha decretato la nascita del Sistema internazionale (SI).

Nel 1971 la 14ª CGPM ha aggiunto un'altra unità di misura fondamentale della quantità di materia: la **mole**.

Ad oggi il SI è basato su sette grandezze fisiche fondamentali e sulle corrispondenti unità di misura.

La CGPM ha stabilito inoltre le seguenti regole per il corretto uso dei simboli delle unità di misura:

- vicino ai simboli non deve essere posto il punto di abbreviazione;
- le unità di misura che derivano dal nome di scienziati vanno scritte in minuscolo (newton, volt, ampère) mentre i corrispondenti simboli vanno scritti in maiuscolo (N, V, A);
- la lettera **k** minuscola indica il multiplo kilo (10^3)
- la lettera **K** maiuscola è il simbolo dell'unità di misura della temperatura Kelvin.

Il Sistema Internazionale è costituito da sette **unità fondamentali**.

Grandezza	Unità	Simbolo
lunghezza	*metro*	**m**
tempo	*secondo*	**s**
massa	*kilogrammo*	**kg**
intensità di corrente	*ampère*	**A**
temperatura	*kelvin*	**K**
quantità di materia	*mole*	**mol**
intensità luminosa	*candela*	**cd**

In diversi paesi comunque, si utilizzano ancora vecchie unità di misura.

Nei Paesi anglosassoni sono ancora in vigore unità di misura come il miglio, il piede, il pollice, la libbra.

Equivalenze			
1 miglio	1 piede	1 pollice	1 libbra
1 609,344 m	30,48 cm	2,54 cm	453,59237 g

Per indicare i multipli e i sottomultipli di una certa unità di misura si usano dei prefissi standard, che indicano la potenza di 10 per la quale viene moltiplicata quell'unità.

Il prefisso **kilo** (simbolo k) è il prefisso per indicare 1000, cioè 10^3.

1 kilogrammo $= 10^3$ grammi. 1 kilometro $= 10^3$ metri.

Il prefisso **milli** (simbolo m) è il prefisso per indicare un millesimo, cioè 10^{-3}.

1 millimetro è 10^{-3} metri.

I prefissi più comuni sono elencati nella tabella sottostante.

Potenza	Prefisso	Simbolo	Potenza	Prefisso	Simbolo
$10^{15} = 1000000000000000$	*peta*	P	$10^{-1} = 1000000$	*deci*	d
$10^{12} = 1000000000000$	*tera*	T	$10^{-2} = 1000000$	*centi*	c
$10^{9} = 1000000000$	*giga*	G	$10^{-3} = 1000000$	*milli*	m
$10^{6} = 1000000$	*mega*	M	$10^{-6} = 1000000$	*micro*	μ
$10^{3} = 1000$	*kilo*	k	$10^{-9} = 1000000000$	*nano*	n
$10^{2} = 100$	*etto*	h	$10^{-12} = 1000000000000$	*pico*	p
$10^{1} = 10$	*deca*	da	$10^{-15} = 1000000000000000$	*femto*	f

La lunghezza

Le grandezze fondamentali della meccanica sono la lunghezza, il tempo e la massa.

La **lunghezza** è la distanza tra due punti, che si misura, ad esempio, per mezzo di un regolo graduato, e che ha il metro come campione di misura nel S.I.

Un **metro** è definito come la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in $1/299\ 792\ 458$ di secondo.

Multipli e sottomultipli del metro

Nome	Simbolo	Valore in metri
Kilometro	**km**	$1000\ m = 10^3\ m$
metro	**m**	$1\ m$
decimetro	**dm**	$0,1\ m = 10^{-1}\ m$
centimetro	**cm**	$0,01\ m = 10^{-2}\ m$
millimetro	**mm**	$0,001\ m = 10^{-3}\ m$
micrometro	**μm**	$0,000001\ m = 10^{-6}\ m$
nanometro	**nm**	$0,000000001\ m = 10^{-9}\ m$

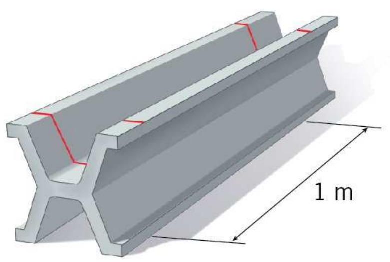
Storia del metro

Nei tempi antichi esistevano diverse differenti unità di misura della lunghezza:

- *in Egitto utilizzavano il cubito, definito come la distanza fra il gomito e l'estremità del dito medio.*
- *In Francia utilizzavano il piede, definito originalmente come la lunghezza del piede reale di Luigi XIV.*

Evidentemente questi campioni di misura non erano nè facilmente riproducibile e ne invariabili nei luoghi e nel tempo.

Nel 1791, l'Accademia francese delle scienze, cercando uno standard più oggettivo, decise di definire una nuova unità di lunghezza: il metro, definito come la quarantamilionesima parte del meridiano terrestre passante per Barcellona e Dunkerque. Nel 1889 fu costruito un campione del metro, composto da una sbarra a forma di X di platino e iridio, misurata alla temperatura di $0^0 C$ *(conservato nel Museo dei Pesi e delle Misure di Sèvres – Parigi).*



Nel 1960 la comunità scientifica internazionale decise di adottare un nuovo campione. Il metro fu definito come la lunghezza pari a 1 650 763,63 volte la lunghezza d'onda della radiazione emessa dall'atomo di kripton 86.

Tale definizione rimase in vigore fino al 1983, quando entro in vigore l'attuale definizione di metro.

Il tempo

La grandezza fisica che viene misurata in alcuni fenomeni naturali è impropriamente definita tempo. In realtà viene misurato l'**intervallo di tempo** che intercorre tra due eventi.

Lo strumento di misura dell'intervallo di tempo è l'orologio (a pendolo, a molla, al quarzo, atomico).

Gli orologi più precisi sono gli orologi atomici. L'errore commesso da un orologio atomico è dell'ordine di un secondo ogni milione di anni.

In passato, l'unità di misura dell'intervallo di tempo fu riferita al moto del Sole attorno alla Terra. Fu assunto come unità di misura il **secondo**, definito come la 86400-esima parte del giorno solare medio.

Le ricerche effettuate nel secolo scorso hanno dimostrato che il giorno solare medio non è rigorosamente costante nel tempo, ma aumenta di qualche centesimo di secondo ogni anno, perché i moti della Terra non avvengono a velocità costante. Perciò si è deciso di prendere come campione di tempo una nuova unità: il periodo di oscillazione delle onde luminose emesse da un atomo di cesio 133 in una particolare transizione atomica.

La definizione attuale del secondo, valida dal 1967, è la seguente:

Un **secondo** corrisponde alla durata di 9 192 631 770 oscillazioni complete delle onde emesse dall'atomo di cesio.

Multipli e sottomultipli del secondo

Nome	Simbolo	Valore in secondi
anno	**a**	31 600 000 s
giorno	**d**	86 400 s
ora	**h**	3600 s
minuto	**min**	60 s
secondo	**s**	1 s
millisecondo	**ms**	0,001 s
microsecondo	**μs**	0,000001 s
nanosecondo	**ns**	0,000000001 s

La massa

La **massa** è definita operativamente come la grandezza che si misura con una bilancia a bracci uguali.

La misura della massa avviene confrontando la massa da misurare con un campione di massa attraverso una bilancia a due piatti.

Nel S.I. l'unità di misura della massa è il kilogrammo.

Il **kilogrammo** è la massa di un particolare cilindro di una lega di platino-iridio depositato presso l'Ufficio Internazionale dei Pesi e delle Misure a Sèvres, in Francia.

In maniera imprecisa, la massa indica la quantità di materia presente in un corpo (il numero degli atomi).

La massa di un oggetto non va confusa con il peso dell'oggetto. Anche se esiste una proporzionalità diretta fra queste due grandezze: corpi con lo stesso peso hanno la stessa massa.

La massa è una proprietà intrinseca e immutabile di un oggetto. Il peso, invece, è una misura della forza gravitazionale che agisce sull'oggetto e che può variare in funzione della sua posizione.

Oltre alla precedentemente definizione di massa (massa gravitazionale) esiste un'altra definizione che sarà data nello studio della dinamica, legata alla resistenza (l'inerzia) che i corpi oppongono quando sono messi in movimento (massa inerziale).

Si dimostra che le due definizioni di massa coincidono, anche se sarà Einstein, nella teoria della relatività generale, a darne una giustificazione completa.

Nella fisica classica, che è quella che descrive la maggior parte dei fenomeni che possiamo osservare quotidianamente, la massa di un corpo è invariante, cioè costante.

La massa di un corpo non dipende per esempio dal suo stato (solido, liquido o aeriforme):

- Se si effettua l'esperimento di porre su una bilancia una massa di un kilogrammo di ghiaccio, si rileva che dopo la fusione del ghiaccio in acqua la massa misurata risulta essere sempre di un kilogrammo.

La massa di un corpo si conserva nelle reazioni chimiche.

Tuttavia le previsioni della fisica classica non sono più corrette se i corpi si muovono a velocità prossime a quelle della luce (300 000 km/s). A queste velocità entra in gioco la teoria della relatività di Einstein, che afferma che la massa aumenta all'aumentare della velocità.

Multipli e sottomultipli del kilogrammo

Nome	Simbolo	Valore in metri
tonnellata	**t**	1000 kg
quintale	**q**	100 kg
miriagrammo	**Mg**	10 kg
kilogrammmo	**kg**	1 kg
ettogrammo	**hg**	0,1 kg
decagrammo	**dag**	0,01 kg
grammo	**g**	0,001 kg
decigrammo	**dg**	0,0001 kg
centigrammo	**cg**	0,00001 kg
milligrammo	**mg**	0,000001 kg

L’importanza del Sistema Internazionale di misura

Nel 1999 la sonda Mars Climate Orbiter, gioiello del programma di ricerca spaziale della Nasa, si avvicinò troppo al pianeta Marte e andò distrutta.

La causa dell'incidente fu un errore di sistema di misura: i tecnici della Nasa erano convinti che le caratteristiche tecniche della sonda erano espresse nelle unità del Sistema Internazionale, invece l'industria costruttrice aveva utilizzato per la sua realizzazione il sistema anglosassone.

Nel calcolo dell'accelerazione necessaria alla sonda per raggiungere la corretta distanza da Marte, gli scienziati della Nasa fecero riferimento al newton (forza necessaria per imprimere a un kilogrammo di massa un'accelerazione di un metro al secondo quadrato), mentre le caratteristiche della sonda erano espresse in pounds (forza necessaria per imprimere a una libbra di massa un'accelerazione di un piede al secondo quadrato). Tale errore di scambio di unità di misura portò la sonda a schiantarsi su Marte.

Grandezze derivate

Le **grandezze derivate** sono le grandezze fisiche definite a partire dalle sette grandezze fondamentali.

Le loro unità di misura si costruiscono a partire dalle unità di misura delle grandezze del Sistema Internazionale.

Esempio 1

La **velocità** è una grandezza derivata.
La velocità è uguale al rapporto fra lo spazio percorso s e il tempo impiegato t.

$$v = \frac{s}{t}$$

L'unità di misura della velocità è: $\left[\frac{m}{s}\right]$

Esempio 2

L'**area** di una superficie è una grandezza derivata.
L'area è uguale al prodotto di due lunghezze.

$$S = l^2$$

L'unità di misura dell'area è il metro quadrato: $[\,m^2\,]$

Esempio 3

Il **volume** di un corpo è una grandezza derivata.
Il volume è uguale al prodotto di tre lunghezze.

$$V = l^3$$

L'unità di misura del volume è il metro cubo. $[\,m^3\,]$

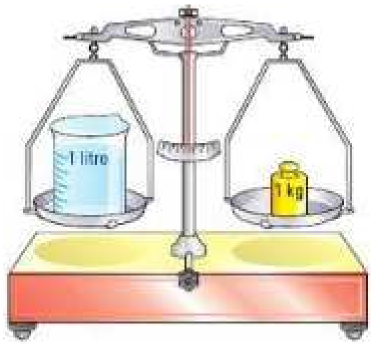
Multipli e sottomultipli del metro quadrato

Nome	Simbolo	Valore in metri quadrati
Kilometro quadrato	km^2	$1\,000\,000\ m^2 = 10^6\ m^2$
metro quadrato	m^2	$1\ m^2$
decimetro quadrato	dm^2	$0{,}01\ m^2 = 10^{-2}\ m^2$
centimetro quadrato	cm^2	$0{,}0001\ m^2 = 10^{-4}\ m^2$
millimetro quadrato	mm^2	$0{,}000001\ m^2 = 10^{-6}\ m^2$
micrometro quadrato	μm^2	$0{,}000000000001\ m^2 = 10^{-12}\ m^2$
nanometro quadrato	nm^2	$0{,}000000000000000001\ m^2 = 10^{-18}\ m^2$

Multipli e sottomultipli del metro cubo

Nome	Simbolo	Valore in metri quadrati
Kilometro cubo	km^3	$1\,000\,000\,000\ m^3 = 10^9\ m^3$
metro cubo	m^3	$1\ m^3$
decimetro cubo	dm^3	$0{,}001\ m^3 = 10^{-3}\ m^3$
centimetro cubo	cm^3	$0{,}000001\ m^3 = 10^{-6}\ m^3$
millimetro cubo	mm^3	$0{,}000000001\ m^3 = 10^{-9}\ m^3$
micrometro cubo	μm^3	$10^{-18}\ m^3$
nanometro cubo	nm^3	$10^{-27}\ m^3$

La densità



Utilizzando una bilancia a bracci uguali facciamo il seguente esperimento.

Poniamo su una bilancia 1 dm^3 di acqua, successivamente 1 dm^3 di ferro, infine 1 dm^3 di benzina.

Dalla misura otteniamo i seguenti risultati:

l'acqua ha una massa di 1 kg ,

il ferro una massa di 7,8 kg ,

la benzina una massa di 0,92 kg.

Uguali volumi di sostanze diverse hanno masse diverse.

Questa nuova proprietà può essere misurata definendo una nuova grandezza derivata: la densità.

La **densità** di un corpo è il rapporto tra la sua massa misurata in kg e il suo volume misurato in m^3. $$\boldsymbol{\delta = \frac{m}{V}}$$

L'unità di misura della densità è il kilogrammo al metro cubo. $$\left[\frac{\boldsymbol{kg}}{\boldsymbol{m^3}}\right]$$

La densità di un corpo dipende dalla sua struttura molecolare.

A parità di volume, corpi di maggiore densità hanno una massa maggiore.

A parità di massa, corpi di maggiore densità hanno un volume minore.

Sostanza	Densità (kg/m^3)
Oro	19300
Piombo	11400
Rame	8900
Ferro	7800
Alluminio	2700
Ghiaccio	917
Acqua	1000
Mercurio	13600
Olio d'oliva	920
benzina	720

Le operazioni con le grandezze fisiche

Con le grandezze omogenee (dello stesso tipo) si possono eseguire tutte le quattro operazioni.

Con le grandezze non omogenee:

- si possono compiere moltiplicazioni e divisioni (esempio: la velocità),
- non si possono eseguire addizioni o sottrazioni.

Esempi

$5{,}4\ m + 3{,}6\ m + 4{,}7\ m = 13{,}7$

$5{,}4\ m - 3{,}6\ m = 1{,}8\ m$

$5{,}4\ m + 3\ kg = ?$

$6{,}4\ m \cdot 2{,}5\ m = 16\ m^2$

$\dfrac{6\ m}{3\ s} = 2\ m/s$

$5{,}4\ s + 3\ m = ?$

Misure dirette e misure indirette

Una misura **diretta** è una misura che si ottiene confrontando direttamente l'oggetto da misurare con la relativa unità di misura.
Una misura **indiretta** è una misura che si ottiene attraverso elaborazioni matematiche dei dati relativi ad altre grandezze.

Esempi di misure dirette

La misura della lunghezza della cattedra con il metro.
La misura della massa di un corpo con la bilancia.
La misura del tempo di caduta di un corpo con il cronometro.

Esempi di misure indirette

La misura della superficie della cattedra ($S = lunghezza \cdot larghezza$).
La misura della velocità di un'automobile ($v = spazio/tempo$).

La misura del volume di un corpo

La misura del volume di un corpo è eseguita nel seguente modo:

1. prendiamo un cilindro graduato e riempiamolo di acqua fino ad una certa altezza;
2. leggiamo sulla scala graduata del cilindro il volume iniziale occupato dall'acqua;
3. immergiamo il corpo di cui vogliamo misurare il volume;
4. leggiamo sulla scala graduata del cilindro il volume finale occupato dall'acqua;
5. il volume del corpo è dato dalla differenza fra il volume finale occupato dall'acqua e dal corpo e il volume iniziale occupato soltanto dall'acqua.

Grandezze unitarie

Una **grandezza unitaria** è una grandezza definita come rapporto di altre grandezze.

Essa indica quale valore della grandezza al numeratore corrisponde a un valore unitario della grandezza al denominatore

Esempi

La densità di una grandezza indica quanti kg sono contenuti in 1 m^3 di quella sostanza.

La velocità di un'automobile indica quanti m ha percorso l'automobile in 1 s .

Il costo di 1 kg di pane indica la quantità di euro occorrenti per acquistare 1 kg di pane .

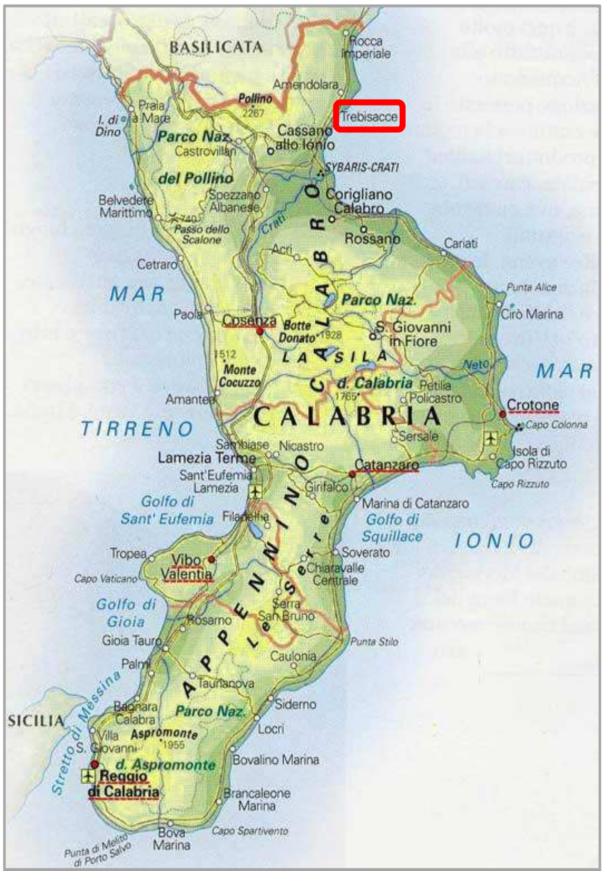
Rapporti di scala

Il rapporto di scala è un rapporto di grandezze fisiche omogenee.

Si tratta di un numero puro.

Esempio

La cartina a lato che ha un rapporto di scala di $1 : 3\,000\,000$ significa che *1 cm* sulla carta corrisponde a $3\,000\,000\ cm$ reali.

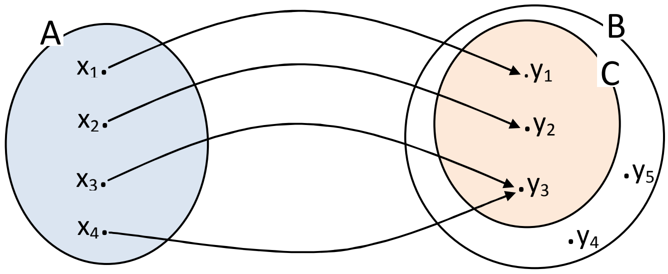


Scala 1 ∶ 3 000 000

Funzioni

Le relazioni matematiche che intercorrono fra le grandezze fisiche che descrivono un determinato fenomeno sono efficacemente rappresentate dalle funzioni matematiche.

Una **funzione** è una relazione fra due insiemi non vuoti A e B, che associa ad ogni elemento $x \in A$ uno e un solo elemento $y \in B$. In simboli si scrive: $y = f(x)$ oppure $f : A \longrightarrow B$.



L'elemento y è detto **immagine** di . L'elemento x è detto **controimmagine** di y.

Il **dominio** o insieme di definizione di una funzione f, è l'insieme di partenza A formato da tutti gli elementi $x \in A$ che hanno un'immagine $y \in B$. In simboli $D = \{x \in A \ / \ y = f(x) \ \wedge \ y \in B\}$.

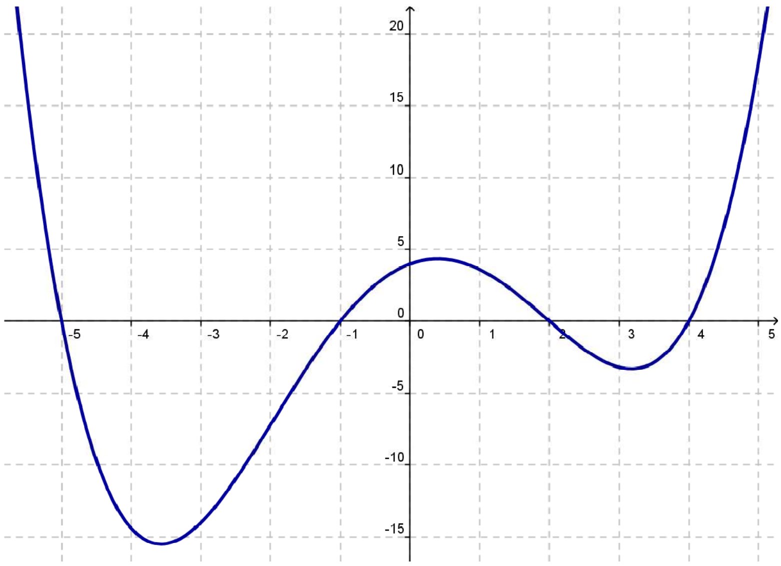
Il **codominio** o insieme immagine di una funzione f, è il sottoinsieme C dell'insieme di arrivo B costituito da tutti gli elementi y ∈ B che sono immagini di almeno un elemento $x \in A$.
In simboli $C = \{y \in B \ / \ y = f(x) \ \wedge \ x \in A\}$.

Una **funzione matematica** è una funzione definita fra due insiemi numerici tramite una formula matematica del tipo: $y = f(x)$.

La variabile x è detta **variabile indipendente**. La variabile y è detta **variabile dipendente**.

Il tipo di rappresentazione più idoneo per rappresentare una funzione matematica è il grafico cartesiano.

Il **grafico cartesiano** di una funzione $f(x)$ è l'insieme di tutti i punti del piano cartesiano le cui coordinate $(x; y)$ verificano l'equazione della funzione $y = f(x)$.



La relazione di proporzionalità diretta

Due grandezze x e y sono **direttamente proporzionali** se il loro rapporto è costante: $\frac{y}{x} = k$.

In termini più semplici, due grandezze sono direttamente proporzionali se: al raddoppiare di una raddoppia anche l'altra, al triplicare di una triplica anche l'altra, ...

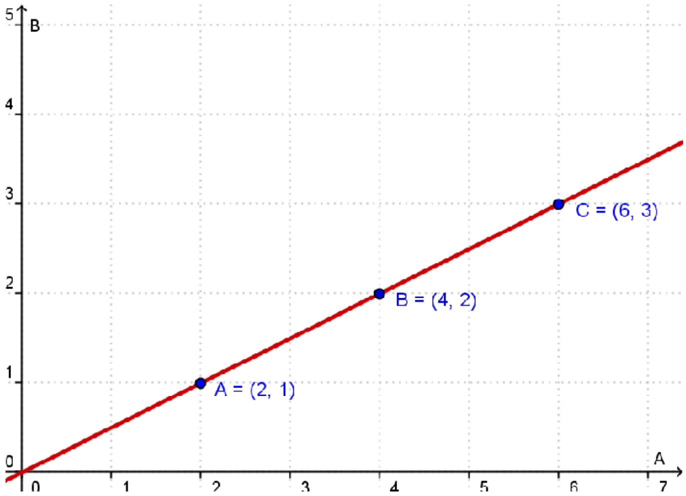
Una **funzione di proporzionalità diretta** è una funzione del tipo $\boldsymbol{y = kx}$ $\quad (k \neq 0) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{y}{x} = k$.

Grafico della funzione di proporzionalità diretta

Il grafico della funzione di proporzionalità diretta è una retta passante per l'origine.

$$y = \frac{1}{2}x$$

x	y
0	0
1	$\frac{1}{2}$
2	1
4	2
6	3



Esempio

Il peso delle patate e il costo delle patate sono due grandezze direttamente proporzionali.

$Peso\ patate$ (kg)	$Costo\ Patate$ (€)	$\frac{Costo}{Peso} = \frac{1}{2}$
1	0,50	$\frac{1}{2}$
2	1	$\frac{1}{2}$
4	2	$\frac{1}{2}$
6	3	$\frac{1}{2}$

La relazione di proporzionalità inversa

Due grandezze x e y sono **inversamente proporzionali** se il loro prodotto è costante $\boldsymbol{x \cdot y = k}$.

In termini più semplici, due grandezze sono inversamente proporzionali se: al raddoppiare di una l'altra dimezza, al triplicare di una l'altra diventa la terza parte, ...

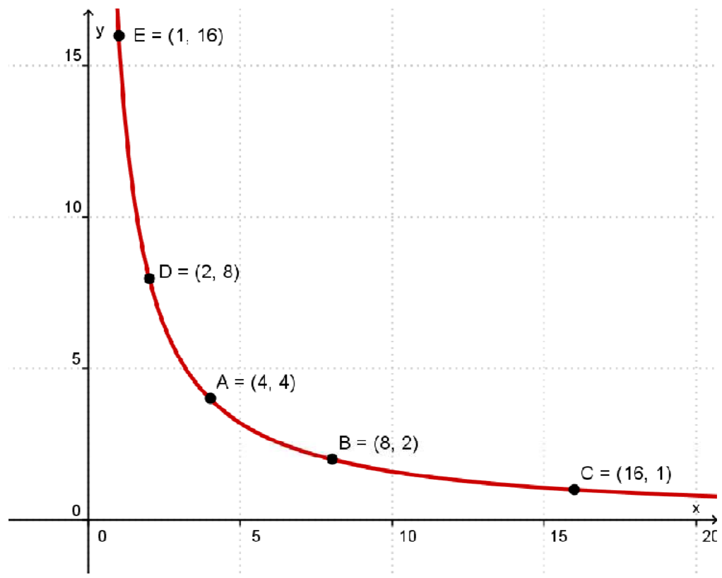
Una **funzione di proporzionalità inversa** è una funzione del tipo $\boldsymbol{y = \frac{k}{x}}$ $\quad (k \neq 0)$ oppure $x \cdot y = k$.

Grafico della funzione di proporzionalità inversa

Il grafico della funzione di proporzionalità inversa è un ramo di iperbole.

$$y = \frac{16}{x}$$

x	y
-16	-1
-8	-2
-4	-4
-2	-8
-1	-16
1	16
2	8
4	4
8	2
16	1



Esempio

La velocità media di un veicolo e il tempo necessario per effettuare un certo percorso sono due grandezze inversamente proporzionali.

Il prodotto tra la velocità e il tempo è costante.

$Velocità$ (km/h)	$Tempo$ (h)	$Velocità \cdot Tempo = 100$
100	1	100
200	0,5	100
400	0,25	100
50	2	100
20	5	100

La funzione lineare

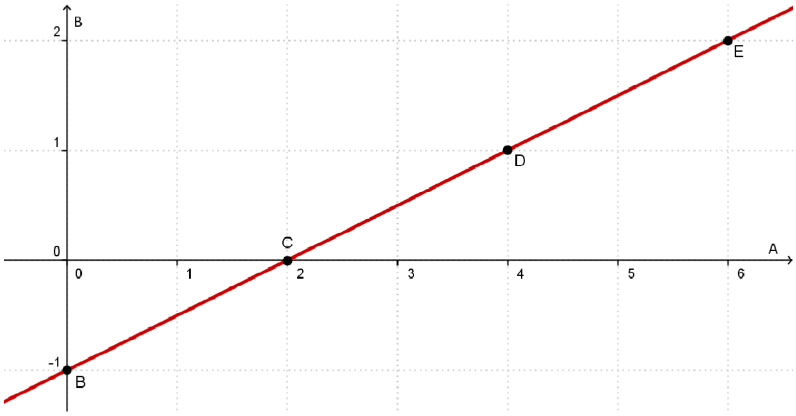
Una **funzione lineare** è una funzione del tipo $\boldsymbol{y = ax + b}$ $\quad (a, b \in R)$

Grafico della funzione lineare

Il grafico della funzione lineare è una retta non passante per l'origine.

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$

x	y
0	-1
2	0
4	1
6	2



La relazione di proporzionalità quadratica

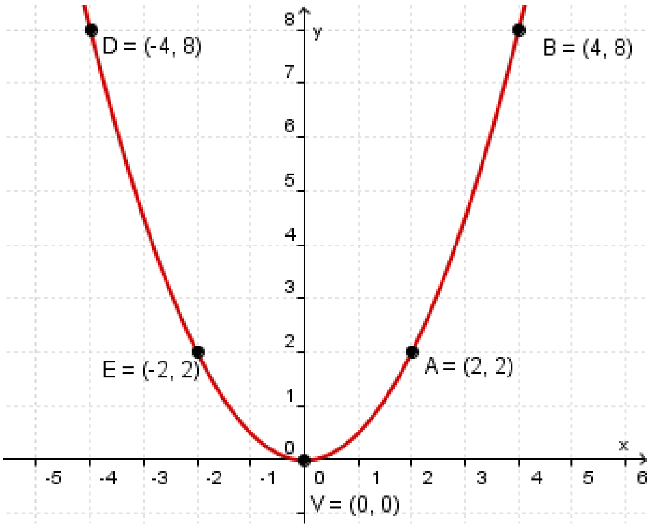
Una funzione di **proporzionalità quadratica** è una funzione del tipo $\boldsymbol{y = k\,x^2}$ con $k \in R$.

Grafico della funzione di proporzionalità quadratica

Il grafico della funzione di proporzionalità quadratica è una parabola.

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

x	y
0	0
1	$1/2$
2	2
4	8
-1	$1/2$
-2	2
-4	8



Esempio

Lato e Superficie di un quadrato.

$Lato\ (m)$	$Superficie\ \ (m^2)$	$\dfrac{Superficie}{Lato^2} = 1$
1	1	1
2	4	1
3	9	1
0,5	0,25	1

Gli strumenti di misura

Gli strumenti di misura sono di due tipi:

- strumenti di misura analogici
- strumenti di misura digitali.

Gli **strumenti analogici** hanno una scala graduata sulla quale si legge il risultato della misura.
Gli **strumenti digitali** riportano direttamente, su un display, il valore numerico della misura.

	
Bilancia analogica	Bilancia digitale

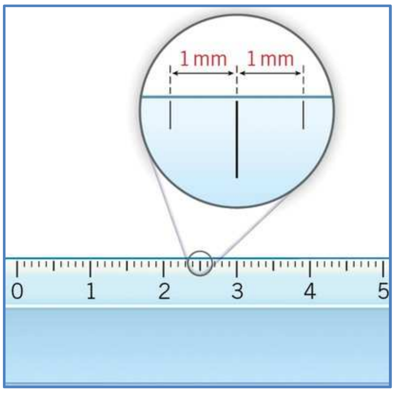
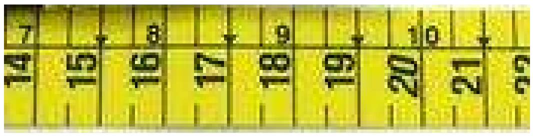
Le principali caratteristiche di uno strumento di misura sono:

- la sensibilità
- la portata.

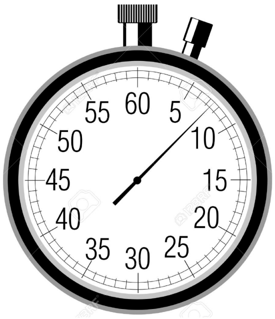
La **sensibilità** di uno strumento è la più piccola variazione della grandezza che lo strumento può rilevare.

La **portata** di uno strumento è il massimo valore che lo strumento può misurare.

Esempi

	
La sensibilità di questo righello è di 1 mm	La sensibilità del metro da sarto è di 5 mm
La portata di questo righello è di 5 cm	La portata del metro da sarto è di 150 cm.

	
La sensibilità di questo tachimetro è di 10 km/h	La sensibilità di questo tachimetro è di 5 miglia
La portata di questo tachimetro è di 220 km/h	La portata di questo tachimetro è di 140 miglia/h

	
La sensibilità di questo cronometro è di un secondo	La sensibilità di questa bilancia è di 1 kg
La portata di questo cronometro è di 60 secondi	La portata di questa bilancia è di 130 kg

Notazione scientifica

Alcune grandezze fisiche hanno misure espresse da numeri molto grandi o molto piccoli.
Scrivere e fare i calcoli con questi numeri è molto difficoltoso.
Per risolvere tale problema si utilizza la notazione scientifica.

La **notazione scientifica** di un numero x è la sua rappresentazione attraverso il prodotto di un numero decimale compreso tra 1 e 10 e di una potenza di 10.

In simboli: $a \cdot 10^n \quad con\ a\ numero\ decimale,\ con\ 1 \leq a < 10 \quad n \in Z$

Esempi

$3{,}5 \cdot 10^{17}$ $\quad 5 \cdot 10^7$ $\quad 7{,}25 \cdot 10^{-23}$ sono numeri scritti in notazione scientifica

$0{,}5 \cdot 10^{17}$ $\quad 53{,}4 \cdot 10^7$ $\quad 0{,}2 \cdot 10^8$ non sono numeri scritti in notazione scientifica, perché:
$0{,}5 < 1$ $\quad \mathbf{53{,}4} > 10$ $\quad 0{,}2 < 1$

Conversione di un numero in notazione scientifica

Per convertire un numero in notazione scientifica occorre:

1. contare il numero n di posti di cui occorre spostare la virgola per ottenere un numero a tale che $1 \leq a < 10$
2. se il numero dato è maggiore o uguale a 1, la sua scrittura è $a \cdot 10^n$;
   se il numero dato è compreso tra 0 e 1, la sua scrittura è $a \cdot 10^{-n}$

Esempi

la massa del Sole è $1989\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\ kg = 1{,}989 \cdot 10^{30}\ kg$.
la massa di un elettrone è $0{,}0000000000000000000000000000009108\ kg = 9{,}108 \cdot 10^{-31}\ kg$.

Esempio di calcolo

$$(3{,}5 \cdot 10^{17}) \cdot (5 \cdot 10^{-24}) = 3{,}5 \cdot 5 \cdot 10^{17} \cdot 10^{-24} = 17{,}5 \cdot 10^{17+(-24)} = 17{,}5 \cdot 10^{-7} = 1{,}75 \cdot 10^{-6} .$$

$$(3{,}5 \cdot 10^{17}) : (5 \cdot 10^{-24}) = \frac{3{,}5 \cdot 10^{17}}{5 \cdot 10^{-24}} = 0{,}7 \cdot 10^{17-(-24)} = 0{,}7 \cdot 10^{41} = 7 \cdot 10^{40} .$$

Ordine di grandezza di un numero

Molte volte non interessa il valore esatto di una grandezza, ma solamente il suo ordine di grandezza.

L'ordine di grandezza di un numero dà un'informazione immediata della grandezza del numero.

L'**ordine di grandezza** di un numero è la potenza di 10 più vicina al numero.

L'ordine di grandezza di un numero scritto in notazione scientifica $a \cdot 10^n \quad con \quad 1 \le a < 10$ è	$10^n \quad se \quad a < 5$ $10^{n+1} \quad se \quad a \ge 5$

Gli ordini di grandezza dei numeri possono essere confrontati tra loro facendo semplicemente il rapporto fra le potenze di 10 della loro notazione scientifica.

Esempio 1

L'ordine di grandezza di $3{,}5 \cdot 10^{17}$ è 10^{17} .

Esempio 2

L'ordine di grandezza di $5{,}2 \cdot 10^{17}$ è 10^{18} , perché $5{,}2 \cdot 10^{17}$ è più vicino a 10^{18} .

Esempio 3

L'ordine di grandezza di $75{,}2 \cdot 10^7$ è 10^9.

Infatti, occorre prima trasformare il numero in notazione scientifica: $75{,}2 \cdot 10^7 = 7{,}52 \cdot 10^8$

Essendo poi, $7{,}52$ più vicino a 10 che a 1, l'ordine di grandezza è $10 \cdot 10^8 = 10^9$.

Esempio 4

L'ordine di grandezza di $75{,}2 \cdot 10^{-7}$ è 10^{-5} .

Infatti, occorre prima trasformare il numero in notazione scientifica: $75{,}2 \cdot 10^{-7} = 7{,}52 \cdot 10^{-6}$.

Essendo $7{,}52$ più vicino a 10 che a 1, l'ordine di grandezza è $10 \cdot 10^{-6} = 10^{-5}$.

Esempio 5

la massa del Sole $\mathrm{m_{Sole}} = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg ha un ordine di grandezza di 10^{30} kg .

la massa del elettrone $\mathrm{m_{Elettrone}} = 9{,}108 \cdot 10^{-31}$ kg ha un ordine di grandezza di 10^{-30} kg perchè $9{,}108$ è più vicino a 10 che a 1, quindi l'ordine di grandezza è $10 \cdot 10^{-31} = 10^{-30}$.

Esempio 6

Confrontando gli ordini di grandezza della massa del sole e della massa dell'elettrone si ottiene:

$$\frac{10^{30}}{10^{-30}} = 10^{30-(-30)} = 10^{60} .$$

La massa del sole supera di 60 ordini di grandezza la massa dell'elettrone.

Misura attendibile ed errori di misura

L'operazione di misura di una grandezza fisica, anche se eseguita con uno strumento precisissimo e con tecniche e procedimenti accurati, è sempre affetta da errori. Per questo motivo i risultati delle misure devono essere sempre accompagnati dall'indicazione dal valore dell'errore.

Gli errori che si commettono sono essenzialmente di due tipi:

- errori sistematici
- errori accidentali

Gli **errori sistematici** sono dovuti a imperfezioni degli strumenti utilizzati o a imprecisioni della procedura di misura. Sono errori dovuti a difetti degli strumenti di misura o a metodi errati di misura. Essi sono asimmetrici, cioè nella ripetizione della stessa misura, sono sempre per difetto o sempre per eccesso. Questi errori, in linea di principio, sono eliminabili (*ad esempio effettuando la taratura degli strumenti*).

Esempi di errori sistematici

L'errore commesso da un orologio che va avanti di un secondo ogni ora.

L'errore commesso nella lettura della velocità di un'automobile da una persona seduta a destra dell'autista.

Gli **errori accidentali** (o casuali) sono errori dovuti a cause difficilmente individuabili che si verificano nel processo di misura; possono essere generati sia da imprecisioni dello strumento di misura, sia dall'abilità dello sperimentatore e sia da variazioni casuali delle condizioni dell'ambiente in cui avviene la misurazione.

Essi sono simmetrici, cioè nella ripetizione della stessa misura, possono essere sia per difetto sia per eccesso.

Questi errori non sono eliminabili, ma possono essere ridotti mediante l'impiego di strumenti statistici: media, semidispersione, deviazione standard. È necessario pertanto, poter effettuare molte misure della stessa grandezza fisica: è quindi fondamentale che l'esperienza fisica della quale vogliamo misurare un aspetto sia riproducibile a piacimento, sempre nelle medesime condizioni.

Esempio di errore accidentale

Nella misura di un tavolo, non si riesce a far coincidere in maniera precisa lo spigolo del tavolo con la tacca $0\ cm$ del metro. Pertanto alcune volte si rileva una misura per difetto altre per eccesso.

Gli errori accidentali possono essere ridotti mediante l'impiego di alcuni strumenti statistici.

La **misura attendibile** è la media aritmetica delle misure.	$M = media\ aritmetica = \dfrac{m_1 + m_2 + ... + m_n}{n}$

L'**errore assoluto** è la semidifferenza tra il valore massimo e il valore minimo delle misure ottenute.	$e_a = errore\ assoluto = \dfrac{V_{Max} - V_{min}}{2}$

L'**errore assoluto** (o semidispersione) è una stima dell'errore massimo della misura e deve essere approssimato per eccesso, con una sola cifra decimale.

Se in una serie di misurazioni l'errore assoluto risulta inferiore alla sensibilità dello strumento utilizzato, si assume come errore assoluto la sensibilità dello strumento.	$e_a = \begin{cases} e_a & se\ \ e_a \geq sensibilità \\ sensibilità & se\ \ e_a < sensibilità \end{cases}$

Esempio

Se effettuando la misurazione della massa di un corpo, con una bilancia la cui sensibilità è di 10 grammi, si ottiene un valore $\frac{V_{Max} - V_{min}}{2} = 7\ grammi$, l'errore assoluto è $e_a = 10$ grammi.

La misura di una grandezza fisica fornisce un suo valore approssimato, espresso nella forma:

$Misura\ grandezza\ \ = \ Misura\ attendibile\ \pm\ errore\ assoluto$	$m_g = M \pm e_a$

Errore relativo ed errore percentuale

Le due misure: $x_1 = (30,0 \pm 0,6)\ m$ e $x_2 = (7,5 \pm 0,6)\ m$ hanno lo stesso errore assoluto $e_a = 0,6$.
Ma appare chiaro che:

un errore $e_a = 0,6$ su una misura di $30,0\ m$	è **minore** di	un errore $e_a = 0,6$ su una misura di $7,5\ m$

Per evidenziare questa differenza si introduce l'errore relativo.

L'**errore relativo** è il rapporto tra l'errore assoluto e la misura attendibile.	$e_r = errore\ relativo = \frac{errore\ assoluto}{misura\ attendibile} = \frac{e_a}{M}$

L'errore relativo indica il grado di precisione di una misura *(più piccolo è tale valore, minore è l'errore).*

Esempio

Nell'esempio precedente:

$$e_{r1} = \frac{0,6}{30,0} = 0,02 \qquad e_{r2} = \frac{0,6}{7,5} = 0,08$$

L'**errore relativo percentuale** è il prodotto dell'errore relativo per 100.	$e_{\%} = errore\ relativo \cdot 100\ \%$

Esempio

Nell'esempio precedente:

$$e_{r1\%} = 0,02 \cdot 100\% = 2\% \qquad e_{r2\%} = 0,08 \cdot 100\% = 8\%\ .$$

Esempio

Calcola la misura attendibile M, l'errore assoluto e_a, l'errore relativo e_r e l'errore relativo percentuale e_r delle seguenti misure, espresse in cm, relative alla lunghezza della cattedra (le misure sono state effettuate con uno strumento la cui sensibilità è di 1 cm).

Misura 1	Misura 2	Misura 3	Misura 4	Misura 5	Misura 6	Misura 7	Misura 8	Misura 9	Misura 10
178	181	180	181	179	182	178	180	182	181

$$M = \frac{178 + 181 + 180 + 181 + 179 + 182 + 178 + 180 + 182 + 181}{10} = \frac{1797}{10} = 180,2\ cm\ .$$

Dato che le misure effettuate hanno tutte una precisione al centimetro occorre approssimare anche la misura attendibile ai centimetri.

Si ha quindi: $M \cong 180\ cm$.

L'errore assoluto è $e_a = \frac{V_{Max} - V_{min}}{2} = \frac{182 - 178}{2} = 2\ cm$.

La misura completa della lunghezza della cattedra è quindi espressa da: $l = (180 \pm 2)\ cm$.

L'errore relativo è $e_r = \frac{errore\ assoluto}{misura\ attendibile} = \frac{e_a}{M} = \frac{2\ cm}{180\ cm} \cong 0,011$

L'errore relativo percentuale è $e_{\%} = (0,011 \cdot 100) \cdot \% = 1,1\%$.

Approssimazione di un numero

Per approssimare un numero per arrotondamento, arrestandosi alla k-esima cifra decimale, occorre considerare la cifra immediatamente successiva (a destra) alla k-esima:

- se essa è minore di 5, si riscrive la k-esima cifra
- se essa è maggiore o uguale a 5, si aumenta di una unità la k-esima cifra

$$6837{,}5299815555 \cong \begin{cases} 6800 & approssimato\ \ alle\ centinaia \\ 6840 & approssimato\ \ alle\ decine \\ 6838 & approssimato\ \ alle\ unità \\ 6837{,}5 & approssimato\ \ ai\ decimi \\ 6837{,}53 & approssimato\ \ ai\ centesimi \\ 6837{,}530 & approssimato\ \ ai\ millesimi \\ 6837{,}5300 & approssimato\ \ ai\ decimillesimi \\ 6837{,}52998 & approssimato\ \ ai\ centimillesimi \\ 6837{,}529982 & approssimato\ \ ai\ milionesimi \\ 6837{,}5299816 & approssimato\ \ a\ \ 10^{-7} \\ 6837{,}52998156 & approssimato\ \ a\ \ 10^{-8} \\ 6837{,}529981556 & approssimato\ \ a\ \ 10^{-9} \end{cases}$$

Cifre significative

In fisica tutte le misure sono approssimate e affette da un certo errore.

Il risultato di una misura va scritto quindi con un ben determinato numero di cifre, corrispondenti alla precisione della misura.

Esempio

Se è stata effettuata la misurazione della lunghezza della cattedra con un metro, la cui sensibilità è di 1 cm, occorre scrivere la misura approssimata ai centimetri:

$l = \ (1{,}57 \ \pm \ 0{,}01)\ m$

Le prime due cifre 1 e 5 sono certe, l'ultima 7 (quella dei centimetri) è incerta (o affetta da errore), perchè compresa fra 6 e 8.

Le **cifre significative** del risultato di una misura sono le cifre certe e la prima cifra incerta.

Esempio

Le scritture $37{,}4$ e $37{,}40$ hanno significati diversi.

Una misura pari a $37{,}4$ sta ad indicare che la misura è stata effettuata con un precisione di un decimo.

Una misura pari a $37{,}40$ sta ad indicare che la misura è stata effettuata con un precisione di un centesimo.

La misura $37{,}4$ ha tre cifre significative, mentre la misura $37{,}40$ ha quattro cifre significative.

Gli zeri finali a destra del numero sono cifre significative.

Gli zeri iniziali a sinistra del numero non sono cifre significative.

Esempio

La misura $0{,}0367$ ha tre cifre significative e non cinque.

La misura $0{,}03670$ ha quattro cifre significative.

La misura 60000 ha cinque cifre significative.

La misura $6 \cdot 10^4$ ha una cifra significativa.

Nota

Quando la misura di una grandezza è espressa tramite la notazione scientifica, il primo fattore è il valore della misura e determina il numero di cifre significative del dato. L'esponente della potenza del 10 è invece chiamato ordine di grandezza.

Operazioni con le cifre significative

Quando si calcola la misura di una grandezza fisica derivata, si effettuano operazioni matematiche *(addizione, moltiplicazione, divisione)* sui valori misurati di altre grandezze fisiche fondamentali.

Ma essendo queste misure affette da errori, il risultato finale di tale calcolo è ovviamente anch'esso affetto da errore e non può essere più preciso delle singole misure.

Regola 1

Il risultato di un'operazione matematica fra misure di grandezze non può essere scritto con un numero di cifre significative superiore a quello della misura meno precisa.

Addizione

Per addizionare le misure $4{,}57$ e $2{,}3$ (due misure scritte con un numero diverso di cifre significative) occorre:

1. arrotondare $4{,}57$ a due sole cifre significative (uguale al numero di cifre significative di $2{,}3$)
2. eseguire l'operazione di addizione ottenendo $4{,}6 + 2{,}3 = 6{,}9$.

Moltiplicazione

Per moltiplicare $(4{,}57\ m) \cdot (2{,}3\ m)$ (due misure scritte con un numero diverso di cifre significative) occorre:

1. eseguire l'operazione di moltiplicazione: $(4{,}57\ m) \cdot (2{,}3\ m) = 10{,}511\ m^2$
2. approssimare al numero di cifre significative della misura meno precisa $10{,}511\ m^2 \cong 11\ m^2$.

Divisione

Per dividere le misure $(12{,}46\ m) : (2\ s)$ (due misure scritte con un numero diverso di cifre significative) occorre:

1. eseguire l'operazione di divisione: $(12{,}46\ m) : (2\ s) = 6{,}23\ m/s$
2. approssimare al numero di cifre significative della misura meno precisa $6{,}23\ m/s \cong 6$.

Regola 2

Per scrivere la misura completa *(comprensiva di errore)* occorre:

1. approssimare l'errore assoluto, portandolo a una sola cifra significativa
2. approssimare la misura attendibile fino alla stessa cifra dell'errore assoluto.

Esempio

Se da una serie di misure si ottiene la misura attendibile $M = 36{,}2931$ e l'errore $e_a = 1{,}67$ occorre:

1. approssimare l'errore assoluto ad una cifra significativa $e_a = 1{,}67 \cong 2$
2. approssimare la misura finale fino alla stessa cifra dell'errore assoluto: $M = 36{,}2931 \cong 36 \pm 2$

Esempio

Quante sono le cifre significative del numero 0,003?

Il numero 0,003 ha una cifra significativa.

Infatti può essere scritto in notazione scientifica come $3 \cdot 10^{-3}$ e le potenze negative di 10 non si considerano cifre significative.

Esempio

Qual è la differenza fra le scritture $4 \cdot 10^3$ e 4000 ?

Il numero $4 \cdot 10^3$ ha una sola cifra significativa.

Il numero 4000 ha cinque cifre significative.

I valori più vicini al primo numero sono $3 \cdot 10^3$ e $5 \cdot 10^3$, mentre per il secondo sono 3999 e 4001.

Gli errori sulle grandezze derivate

Come si propagano gli errori dalle misure delle grandezze fondamentali a quelle delle grandezze derivate? Ad esempio nel calcolo della velocità di un corpo o della superficie di un tavolo?
La teoria generale della propagazione degli errori è molto complessa. In questa dispensa ci limitiamo a riportare i risultati principali di questa teoria.

Somma e differenza di grandezze

L'errore assoluto sulla somma *(o differenza)* di due misure è uguale alla somma degli errori assoluti sulle singole misure.

$$Errore\ assoluto\ \ (A \pm B)\ \ =\ \ errore\ assoluto\ A\ \ +\ \ errore\ assoluto\ B$$

Prodotto e quoziente di grandezze

L'errore relativo sul prodotto *(o sul quoziente)* di due misure è uguale alla somma degli errori relativi sulle singole misure.

$$Errore\ relativo\ (A \cdot B)\ \ =\ \ errore\ relativo\ A\ \ +\ \ errore\ relativo\ B$$

Esempio

Determinare la misura completa del perimetro e dell'area di un tavolo rettangolare le cui dimensioni, arrotondate a meno di 1 mm, sono: $x = (100{,}0 \pm 0{,}1) cm$ $\quad y = (50{,}0 \pm 0{,}1)\ cm$.

Soluzione

Calcolo della misura completa del perimetro

La misura del perimetro del tavolo è $p = 2 \cdot (x + y) = 2 \cdot (100{,}0\ cm + 50{,}0\ cm) = 300\ cm$.

L'errore assoluto sul perimetro è la somma degli errori assoluti per tutti e quattro i lati, cioè:

$(e_a)_{Perimetro} = e_{ax} + e_{ax} + e_{ay} + e_{ay} = (0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}1) cm = 0{,}4\ cm.$

La misura completa del perimetro è: $\quad p\ =\ (300{,}0\ \pm\ 0{,}4)\ cm.$

Calcolo della misura completa dell'area

L'area del tavolo è: $\quad S = x \cdot y = (100{,}0\ cm) \cdot (50{,}0\ cm) = 5000\ cm^2$.

L'errore relativo dell'area è uguale alla somma degli errori relativi delle dimensioni del tavolo *(prodotto di due misure)*.

$(e_r)_{Area} = \frac{e_{ax}}{x} + \frac{e_{ay}}{y} = \frac{0{,}1\ cm}{100\ cm} + \frac{0{,}1\ cm}{50\ cm} = 0{,}001 + 0{,}002 = 0{,}003.$

L'errore assoluto dell'area è: $(e_a)_{Area} = (e_r)_{Area} \cdot\ S = 0{,}003 \cdot 5000\ cm^2 = 15\ cm^2$

Approssimando tale errore a una sola cifra significativa si ottiene un errore assoluto $(e_a)_{Area} = 2 \cdot 10^1\ cm^2$

La misura completa dell'area è: $\quad S\ =\ (500 \pm 2) \cdot 10^1\ cm^2$ con 3 cifre significative.

Non era corretto scrivere: $\quad S\ =\ (5000 \pm 20)\ cm^2$
perchè occorre approssimare al numero di cifre significative della misura meno precisa $y = 50{,}0\ cm$, che risulta essere 3.

La deviazione standard

Per una migliore valutazione dell'errore di una serie di misure si può utilizzare la **deviazione standard** o **scarto quadratico medio** *(un indicatore statistico che tiene conto di tutte le misure e non solamente del valore massimo e del valore minimo della serie di misure)*.

Per calcolare la deviazione standard occorre:

1. calcolare la media aritmetica di tutte le misure
2. calcolare lo scarto, ovvero la differenza tra ogni valore e la media
3. elevare ogni scarto al quadrato
4. eseguire la media dei quadrati degli scarti
5. estrarre la radice quadrata della media dei quadrati degli scarti.

La **deviazione standard** è la radice quadrata della media dei quadrati degli scarti delle varie misure.

Esempio

Nell'esempio fatto precedentemente sulla misura dello spessore di un libro era stato ottenuto la misura completa $l = (180 \pm 2)\ cm$.

In questo calcolo, l'errore assoluto $e_a = 0{,}2\ cm$ era uguale alla semidifferenza delle due misure estreme: $e_a = \frac{V_{Max} - V_{min}}{2} = \frac{182 - 178}{2} = 2\ cm$.

Rifacciamo l'esempio utilizzando la deviazione standard.

Ricordiamo le misure ottenute dalle 10 misurazioni:

Misura 1	Misura 2	Misura 3	Misura 4	Misura 5	Misura 6	Misura 7	Misura 8	Misura 9	Misura 10
178	181	180	181	179	182	178	180	182	181

1. Calcoliamo la media aritmetica:

$$M = \frac{178 + 181 + 180 + 181 + 179 + 182 + 178 + 180 + 182 + 181}{10} = \frac{1802}{10} = 180{,}2\ cm\ .$$

2. Calcoliamo gli scarti:

Misura (cm)	178	181	180	181	179	182	178	180	182	181
Scarto dalla media (cm)	-2,2	0,8	-0,2	0,8	-1,2	1,8	-2,2	-0,2	1,8	0,8

3. Calcoliamo i quadrati degli scarti:

Misura (cm)	178	181	180	181	179	182	178	180	182	181
Scarto dalla media (cm)	-2,2	0,8	-0,2	0,8	-1,2	1,8	-2,2	-0,2	1,8	0,8
Quadrato dello scarto (cm^2)	4,84	0,64	0,04	0,64	1,44	3,24	4,84	0,04	3,24	0,64

4. Calcoliamo la media dei quadrati degli scarti:

$$M = \frac{4{,}84 + 0{,}64 + 0{,}04 + 0{,}64 + 1{,}44 + 3{,}24 + 4{,}84 + 0{,}04 + 3{,}24 + 0{,}64}{10}\ cm^2 = 1{,}96\ cm^2\ .$$

5. Estraiamo la radice quadrata della media dei quadrati degli scarti:
$\sigma = \sqrt{1{,}96}\ cm = 1{,}4\ cm \cong 1\ cm$.

Concludiamo che la misura completa della lunghezza della cattedra è: $l = (180 \pm 1)\ cm$.
Misura che ha un indicatore più preciso dell'errore assoluto rispetto al metodo precedente.

ESERCIZI

Esercizio 49.23

Determinare la misura completa dell'area di un terreno rettangolare le cui dimensioni sono: $x = (30{,}0 \pm 0{,}1)\ m \qquad y = (16{,}0 \pm 0{,}1)\ m$ specificandone l'errore derivante dalle incertezze iniziali delle sue dimensioni.

Soluzione

L'area del terreno è: $S = x \cdot y = (30{,}0\ m) \cdot (16{,}0\ m) = 480\ m^2$.

L'errore relativo dell'area è uguale alla somma degli errori relativi delle dimensioni del terreno *(prodotto di due misure)*.

$$(e_r)_{Area} = \frac{e_{ax}}{x} + \frac{e_{ay}}{y} = \frac{0{,}1\ m}{30\ m} + \frac{0{,}1\ m}{16\ m} = 0{,}00333 \ldots + 0{,}00625 = 0{,}00958.$$

L'errore assoluto dell'area è: $(e_a)_{Area} = (e_r)_{Area} \cdot S = 0{,}00958 \cdot 480\ m^2 = 4{,}5984\ m^2 \cong 5\ m^2$.

La misura completa dell'area, approssimata al numero di cifre significative (3) della misura delle dimensioni meno precisa, è: $S = (480 \pm 5)\ m^2$.

Esercizio 47.10

Le misure di una scatola sono:
$x = (5{,}6 \pm 0{,}1)\ cm\ , \quad y = (8{,}0 \pm 0{,}1)\ cm\ , \quad z = (6{,}2 \pm 0{,}1)\ cm$
Qual è la misura completa del volume della scatola?

Soluzione

Il volume della scatola è: $V = x \cdot y \cdot z = (5{,}6\ cm) \cdot (8{,}0\ cm) \cdot (6{,}2\ cm) = 277{,}76\ cm^3$.

L'errore relativo del volume è uguale alla somma degli errori relativi delle dimensioni della scatola *(prodotto di tre misure)*.

$$(e_r)_{Volume} = \frac{e_{ax}}{x} + \frac{e_{ay}}{y} + \frac{e_{az}}{z} = \frac{0{,}1\ cm}{5{,}6\ cm} + \frac{0{,}1\ cm}{8{,}0\ cm} + \frac{0{,}1\ cm}{6{,}2\ cm} = 0{,}0179 \ldots + 0{,}0125 + 0{,}0161 \ldots \cong 0{,}0465.$$

L'errore assoluto del volume è:

$$(e_a)_{Volume} = (e_r)_{Volume} \cdot V = 0{,}0465 \cdot 277{,}76\ cm^3 = 12{,}91584\ cm^3 .$$

Approssimando tale errore a una sola cifra significativa si ottiene $(e_a)_{Volume} = 1 \cdot 10^1\ cm^3$

Essendo le misure dei lati della scatola espresse con due cifre significative, anche il risultato deve essere espresso con due cifre significative, cioè: $V = 277{,}76\ cm^3 = 2{,}8 \cdot 10^2\ cm^3$.
L'errore assoluto può essere riscritto: $(e_a)_{Volume} = 1 \cdot 10^1\ cm^3 = 0{,}1 \cdot 10^2\ cm^3$

In definitiva, la misura completa del volume è: $V = (2{,}8 \pm 0{,}1) \cdot 10^2\ cm^3$ con 2 cifre significative.

Esercizio 56.25

Viene ripetuta più volte la misura della lunghezza di un tavolo. Si ottengono i valori riportati nella seguente tabella.

L (cm)	55,5	55,6	55,8	55,1	55,3	55,5	55,7	55,6	55,3	55,4

Calcola la misura completa della lunghezza del tavolo sia utilizzando la deviazione standard e sia utilizzando la semidispersione.

Soluzione a

1. Calcoliamo la media aritmetica:

$$\mathrm{M} = \frac{55{,}5 + 55{,}6 + 55{,}8 + 55{,}1 + 55{,}3 + 55{,}5 + 55{,}7 + 55{,}6 + 55{,}3 + 55{,}4}{10}\, cm = \frac{554{,}8}{10}\, cm = 55{,}48\, cm$$

2. Calcoliamo gli scarti e i quadrati degli scarti:

Misura (cm)	55,5	55,6	55,8	55,1	55,3	55,5	55,7	55,6	55,3	55,4
Scarto dalla media (cm)	0,02	0,12	0,32	-0,38	-0,18	0,02	0,22	0,12	-0,18	-0,08
Quadrato dello scarto (cm^2)	0,0004	0,0144	0,1024	0,1444	0,0324	0,0004	0,0484	0,0144	0,0324	0,0064

3. Calcoliamo la media dei quadrati degli scarti:

$$M = \frac{0{,}0004 + 0{,}0144 + 0{,}1024 + 0{,}1444 + 0{,}0324 + 0{,}0004 + 0{,}0484 + 0{,}0144 + 0{,}0324 + 0{,}0064}{10}\, cm^2 =$$
$$= \; 0{,}0396\; cm^2\,.$$

4. Estraiamo la radice quadrata della media dei quadrati degli scarti:

$$\sigma \;=\; \sqrt{0{,}0396}\; cm \;=\; 0{,}19899\ldots cm \;\cong\; 0{,}2\; cm\,.$$

La misura completa della lunghezza del tavolo utilizzando la deviazione standard è:

$$L \;=\; (55{,}5 \pm 0{,}2)\; cm\,.$$

Soluzione b

L'errore assoluto è :

$$e_a \;=\; \frac{V_{Max} \,-\, V_{min}}{2} \;=\; \frac{55{,}8 - 55{,}1}{2} = \frac{0{,}7}{2} = 0{,}35\; cm \;\cong 0{,}4\,.$$

La misura completa della lunghezza del tavolo utilizzando la semidispersione è:

$$L \;=\; (55{,}5 \pm 0{,}4)\; cm\,.$$